N° d'ordre C.N.R.S.
A.O. 9057

THESE

présentée

A L'UNIVERSITE DE PROVENCE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR INGENIEUR

par

Alain CHAUVIN

OPTIMISATION DU PROCESSUS DE LOCALISATION DES RUPTURES DE GAINE ET DU DECHARGEMENT CORRESPONDANT DANS LES REACTEURS NUCLEAIRES

Soutenue le 29 SEPTEMBRE 1973 devant la Commission d'Examen

MM. M. CADILHAC — Président

J. HENNEQUIN
J.P. MILLOT — Examinateurs
M. ESTAVOYER

N° d'ordre C.N.R.S.

A.O. 9057

THESE

présentée

A L'UNIVERSITE DE PROVENCE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR INGENIEUR

par

Alain CHAUVIN

OPTIMISATION DU PROCESSUS DE LOCALISATION DES RUPTURES DE GAINE ET DU DECHARGEMENT CORRESPONDANT DANS LES REACTEURS NUCLEAIRES

Soutenue le 29 SEPTEMBRE 1973 devant la Commission d'Examen

MM.	M. CADILHAC	Président
	J. HENNEQUIN	Examinateurs
	J.P. MILLOT	
	M. ESTAVOYER	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE PROVENCE

U.E.R. Scientifiques

Président : F. BOREL

Secrétaire général : C. MOYNAULT

PROFESSEURS

MM.	J. VALENSI	Mécanique expérimentale des fluides
	P. ROUARD	Physique générale
	P. DESNUELLE	Chimie biologique
	M. MERIGOUX	Physique industrielle
	C. FEHRENBACH	Astronomie
	A. FAVRE	Mécanique de l'atmosphère et météorologie
	A. GUILLEMONAT	Chimie industrielle
	G. CARPENI	Chimie
	Y. DOUCET	Physique
	J.M. SOURIAU	Méthodes mathématiques de la physique
	J. METZGER	Chimie
	L. FOURES	Mathématiques
	D. MALE	Physique
	G. BODIOU	Mathématiques appliquées
	M. NAUDET	Chimie des corps gras
	P. BOUSQUET	Physique
	P. PESTEIL	Physique
	P. CASAL	Mécanique rationnelle et appliquée
	G. GOUVERNET	Géologie appliquée
	A. VISCONTI	Physique théorique
	A. BLANCHARD	Mathématiques générales
	M. DUSSARDIER	Physiologie animale
	P. QUEZEL	Botanique
	A. JULG	Chimie théorique
	S. TAXY (Mme)	Géologie historique
	F. TESSIER	Géologie animale
	M.L. FURNESTIN (Mme)	Biologie animale
	M. BERTRAND	Chimie
	J. TROMPETTE	Physique
	M. LAFFITTE	Chimie
	R. FRAISSE	Mathématiques
	C. BLANCHARD (Mme)	Mathématiques
	R. NEGRE	Biologie végétale
	R. COULON	Physique
	R. KERN	Minéralogie
	L. SIDERIADES	Physique
	J.M. SURZUR	Chimie organique
	H. CHANTREL	Physique de l'espace
	J. SOUGY	Géologie
	J. HERVE	Electronique

H. BODOT	Chimie
J. CHOUTEAU	Physiologie animale
R. PHILIP	Physique
L. CAPELLA	Minéralogie
R. BILLARD	Mathématiques
M. BONNEAU	Mathématiques
J.C. TRAYNARD	Chimie industrielle
C. CLARION (Mlle)	Mécanique des fluides
A. PONS	Botanique
A. GIRARDIE	Zoologie
J. MANDELBROJT	Physique
M. BIZOUARD	Physique
J.P. DAVID	Physique
J.C. MAIRE	Chimie
M. SIMON	Physiologie animale
G. MARCHIS-MOUREN	Chimie biologique
R. PETIT	Physique
M. HUGON	Psycho-physiologie

PROFESSEURS SANS CHAIRE

R. AMAR	Zoologie
L. DEVEZE	Biologie marine
F. BOREL	Techniques mathématiques de la physique
R. CHANDEBOIS (Mlle)	Biologie animale
H. GUENOCHE	Mathématiques appliquées
J. HENNEQUIN	Electronique
S. GUEIRARD (Mlle)	Pétrographie
C. FEUGEAS	Chimie
J. CABANE	Chimie
G. RASIGNI	Physique
S. COMBET	Chimie
R. GARRON	Physique expérimentale
M. CADILHAC	Physique
B. WAEGELL	Chimie
F. HALBWACHS	Physique
M. PICHENOT (Mlle)	Biologie végétale
M. GILLET	Physique
L. SARDA	Biochimie
C. ROMAN	Physiologie animale
A. GILLET	Mathématiques
S. MARTINUZZI	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

H. PATIN	Chimie
J. CRESP	Biologie animale
M. BENARROCHE	Physique
H. TACHOIRE	Chimie
E. VINCENT	Chimie
L. VICENTE	Biologie animale
J. MANUCEAU	Mathématiques
R. GUERMEUR	Physique
M. DELAAGE	Biochimie
F. CATZIGRAS (Mlle)	Géologie
M. SIRUGUE (Mme)	Physique
H. MERDY	Physique
L. PUJOL	Chimie
A. LAVAGNE	Biologie végétale
J. GIUDICELLI	Biologie animale
M. FOUGEREAU	Physiologie végétale
G. NOAT	Physiologie végétale
R. BOUDET	Mathématiques
R. STREIFF	Chimie
J.P. BELAICH	Microbiologie
P. NEVILLE	Biologie végétale
J.P. SOUBLIN	Mathématiques
S. DELACHE (Mme)	Mathématiques
A. CASALOT	Chimie
M. MOULINS	Biologie générale
J. DETRAZ	Mathématiques
R. PUJOL	Psycho-physiologie
B. MARTINET	Mathématiques
G. FARDOUX	Mathématiques
D. BENLIAN	Chimie

A MON EPOUSE, HELENE

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545827_0014

Qu'il me soit permis de remercier :

Monsieur le Professeur CADILHAC qui m'a fait l'honneur de bien vouloir présider le jury d'examen.

Monsieur ESTAVOYER, Chef du Service d'Etudes du Coeur au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache, qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et accepter de participer au jury.

Mes remerciements s'adressent tout particulièrement à Monsieur le Professeur HENNEQUIN qui a assuré la direction de cette étude et a porté toute son attention à son aboutissement.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur MILLOT pour l'honneur qu'il m'a fait en me proposant ce sujet de thèse et pour les précieux conseils qu'il a toujours su me donner au moment où j'en avais besoin.

Que Messieurs DELCHAMBRE, MANENT, CAUVIN sachent que j'ai apprécié leur aide efficace durant mon séjour au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache.

Je remercie Monsieur ROBIN pour son accueil au sein de la Section d'Etudes et de Développement des Générateurs de Vapeur au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay.

Que Madame WOLFF et Madame STALPORT qui, respectivement, ont effectué la frappe parfois difficile de ce rapport et les figures correspondantes soient remerciées de leur gentillesse et de leur chaleureuse collaboration.

Enfin, je tiens à ne pas oublier Messieurs DELOR, TATTEGRAIN Christian, SCHWAB, qui, bien que non concernés par ce travail, ont apporté leur concours au moment opportun.

SOMMAIRE

pages

DEFINITIONS 1

PREAMBULE 2

INTRODUCTION 5

HYPOTHESES DE TRAVAIL 10

PREMIERE PARTIE :

LOCALISATION DE RUPTURES DE GAINE PAR ATTRIBUTION DE "PROBABILITES DE RUPTURE" AUX ASSEMBLAGES FISSILES DU COEUR 11

I. Critères d'attribution des "probabilités de rupture" 12

I.1 - Critères de classement 12

I.2 - Remarques 13

I.3 - Procédé d'attribution des "probabilités de rupture" 14

I.4 - Normalisation 14

I.5 - Problème de la validité des critères auxquels sont soumis les assemblages 15

I.6 - Organigramme du principe d'attribution des coefficients de rupture 17

II. Critère de rupture fonction des phénomènes liés au taux de combustion 19

II.1 - Rappel de quelques définitions utiles 19

II.2 - Courbe en baignoire du taux de panne r(t).... 19

II.3 - Forme générale et détermination des zones de la courbe de rupture 21

III. Critère de rupture fonction de l'évolution des températures de sortie des assemblages 29

III.1 - Principe 29

III.2 - Critère d'attribution des coefficients de rupture 30

III.3 - Courbe de rupture 30

III.4 - Choix des seuils 31

III.5 - Utilisation des relevés automatiques de température 32

IV. Localisation d'une rupture de gaine par la méthode des traceurs gazeux 35

IV.1 - Principe de la méthode 35

IV.2 - Facteurs d'incertitude sur l'identification d'un traceur 36

IV.3 - Attribution des coefficients de rupture 39

V. Localisation d'une rupture de gaine par détection des neutrons différés (D.N.D.) 41

V.1 - Rappel : Détection des neutrons différés dans le sodium 41

V.2 - Méthode de localisation - Sectorisation par D.N.D. 42

V.3 - Procédé d'attribution des coefficients de rupture 55

V.4 - Remarque générale sur la sectorisation hydraulique 57

VI. Localisation par mesure de l'âge de l'aiguille rompue 58

VI.1 - Principe 58

VI.2 - Méthode utilisant la mesure du rapport $\frac{\text{Xe 134}}{\text{Xe 133}}$ 58

VI.3 - Recherche de l'assemblage défectueux, lorsque le Xe 133 n'est pas à l'équilibre 60

VI.4 - Facteurs d'incertitude de la méthode 64

VI.5 - Conséquence de l'incertitude globale sur la localisation 67

VI.6 - Attribution des coefficients de rupture 67

VII. Conclusion sur le processus de localisation 70

DEUXIEME PARTIE :

OPTIMISATION DU COUT D'EXTRACTION D'UNE RUPTURE DE GAINE D'UN REACTEUR A NEUTRONS RAPIDES 72

I. Changement de notation 73

II. Procédé et coût de recherche d'une rupture de gaine 74

II.1 - Procédé de recherche d'une rupture 74

II.2 - Coût de l'extraction d'un groupe de n éléments du coeur 75

II.3 - Coût d'extraction de l'assemblage fautif pour un découpage arbitraire de la courbe de probabilités de rupture 75

III. Optimisation du coût moyen E(c) 78

III.1 - Essai de résolution par énumération directe 79

III.2 - Méthode récurrente 84

III.2.1 - Définition 84
III.2.2 - Développement de $v_p(n)$. Exemples. 85
III.2.3 - Remarques sur les exemples 88
III.2.4 - Raisonnement sur les exemples ... 88
III.2.5 - Raisonnement à un ordre p quelconque 90
III.2.6 - Application au cas réel 92

IV. Comparaison de la méthode récurrente avec l'énumération directe 94

IV.1 - Calculs nécessaires à la méthode récurrente 94

IV.2 - Comparaison des deux méthodes 96

V. Remarque sur l'optimisation de fonctions 98

VI. Optimisation a posteriori de la politique de déchargement 99

VI.1 - Problème soulevé 99

VI.2 - Modification de la fonction $p_i = f(i)$. Probabilités de rupture a posteriori 100

VI.3 - Evaluation a posteriori du coût moyen de sortie de la rupture de gaine 103

VI.4 - Nouveau découpage optimal 104

VI.5 - Généralisation 106

VII. Application numérique - Programme de calcul 106

VII.1 - Organigramme et principe du programme .. 106

VII.2 - Liste du programme et notice d'utilisation . 110

VII.3 - Résultats numériques. Simulation de courbes de probabilités de rupture 110

VIII. Conclusion sur l'optimisation de la politique de déchargement 112

CONCLUSION GENERALE 113

ANNEXE I 116

ANNEXE II 131

ANNEXE III 138

ANNEXE IV 145

BIBLIOGRAPHIE 169

DEFINITIONS

- L.R.G. : localisation de ruptures de gaine.

- D.R.G. Sodium ou D.N.D. : détection de rupture de gaine par neutrons différés. Mesure des neutrons retardés émis par les Iodes et les Bromes de période inférieure à une minute relâchés dans le sodium.

- Taux de combustion absolu (exprimé en Megawatt-jour par tonne de combustible - MW J/T) : Bilan des quantités de chaleur dégagées par fissions dans le combustible, rapporté à une tonne de métal lourd (U - Pu). Il est admis qu'une fission est équivalente à 193 MeV.

- Taux de combustion en fission (exprimé en pourcentage) : nombre d'atomes ayant subi le phénomène de fission rapporté au nombre d'atomes lourds initialement présents dans le combustible. Par atome lourd on entend tout élément susceptible de subir une fission, directement ou après capture.

- Taux de combustion opérationnel (TCO) : limite administrative supérieure du taux de combustion admissible pour un combustible donné.

- Cyclage du réacteur : phase comprenant arrêt et démarrage consécutifs quelles que soient les caractéristiques de la réduction de puissance, la durée de l'arrêt et les caractéristiques de la montée en puissance.

- Facteur de charge (exprimé en pourcentage) : rapport de l'énergie effectivement fournie pendant une période donnée à l'énergie que la centrale nucléaire aurait pu fournir durant la même période en supposant un fonctionnement continu à puissance nominale.

PREAMBULE

Rappelons le principe de fonctionnement des réacteurs nucléaires afin de mieux situer dans son contexte le problème posé par les ruptures de gaine. Cette explication succinte permettra également de placer parmi les deux grandes classes de centrales celle des "surrégénérateurs", l'étude présente ayant été effectuée sur un réacteur à neutrons rapides expérimental.

I - REACTION EN CHAINE :

L'uranium naturel est constitué pour une très faible part (1/140) d'uranium-235 (^{235}U), le reste étant essentiellement de l'uranium-238 (^{238}U) très peu fissile.

Sous l'action d'un neutron, chaque fission d'un atome d'uranium engendre 2 ou 3 neutrons de haute énergie (2 MeV en moyenne) c'est-à-dire rapides dont la vitesse est de l'ordre de 20 000 km/s. Ces neutrons nouvellement obtenus peuvent à leur tour produire la fission d'autres atomes d'uranium qui émettent des neutrons produisant d'autres fissions... Lorsque ce phénomène est entretenu, il réalise la réaction dite "réaction en chaîne".

II - APPLICATION AUX REACTEURS NUCLEAIRES :

La chaleur produite dans un réacteur est obtenue à partir de ce phénomène de fission.

Cependant, dans un réacteur, des neutrons sont capturés dans l'uranium-238 sans créer de fission, d'autres sont absorbés par les matériaux de structure ou peuvent s'échapper à l'extérieur du coeur. Ces pertes impliquent que dans un réacteur dont les dimensions du coeur sont données, la réaction ne pourra être entretenue qu'avec une masse minimale de matière fissile.

Deux procédés ont donc été envisagés de façon à favoriser artificiellement les fissions vis-à-vis des captures :

1 - Diminuer l'énergie des neutrons au moyen d'un modérateur de façon à augmenter la section efficace de fission de l'uranium-235 vis-à-vis de la section efficace de capture de l'uranium-238. On peut être amené à augmenter la quantité de matière fissile en enrichissant en uranium-235. Cette classe de réacteurs correspond aux réacteurs à neutrons thermiques.

2 - Sans diminuer l'énergie des neutrons, augmenter de façon plus importante la quantité de matière fissile en enrichissant l'uranium en uranium-235 ou bien en ajoutant du plutonium-239. En effet, ce dernier élément possède une section efficace de fission intéressante en neutrons rapides. Cette classe utilisant directement les neutrons de haute énergie (cf. page 2) est celle des réacteurs à neutrons rapides dans lesquels le réfrigérant utilisé actuellement est du sodium liquide.

L'intérêt de ce dernier type de centrale est d'assurer une bonne utilisation du cycle combustible. L'uranium-238 contenu soit dans le combustible lui-même, soit dans les couvertures fertiles du coeur,se transforme en plutonium-239 directement réutilisable pour le réacteur.

Les réacteurs à neutrons thermiques produisent également du plutonium-239, mais son exploitation n'est pas possible dans ce cas, du fait que sa section efficace est trop faible en neutrons lents.

III - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT ET CONSTITUTION D'UN REACTEUR A NEUTRONS RAPIDES REFROIDI AU SODIUM LIQUIDE :

Ce type de réacteur est constitué par une cuve remplie de sodium dans laquelle se situe le combustible mixte d'oxyde d'uranium et d'oxyde de plutonium (UO_2 - PuO_2). Celui-ci est réparti dans de fines gaines d'acier inoxydable groupées en faisceaux qui sont logés dans des boitiers. Les ensembles ainsi obtenus forment les assemblages combustibles dont la juxtaposition constitue le coeur du réacteur. Des couvertures contenant de l'oxyde d'uranium entourent axialement et radialement les aiguilles combustibles. Elles sont destinées à la transformation de l'isotope fertile uranium-238 en plutonium-239 fissile, par capture neutronique. Ce procédé assure ainsi la surrégénération du combustible. D'autres assemblages situés en périphérie du coeur, constitués de nickel ou d'acier servent de réflecteur, limitant ainsi les fuites de neutrons. Des barres de contrôle en matériau absorbant permettent de réguler le fonctionnement du réacteur en faisant varier le flux neutronique. Le sodium devenant très radioactif, il en résulte la nécessité de scinder les circuits de refroidissement en deux parties. Les circuits primaires permettent au sodium (fluide caloporteur) d'assurer l'évacuation de la chaleur produite en circulant le long des assemblages combustibles et fertiles. Ils transmettent la puissance thermique dégagée à des circuits secondaires non radioactifs par l'intermédiaire d'échangeurs. Dans un dernier stade, ces circuits secondaires alimentent des générateurs de vapeur permettant ainsi une transformation ultérieure de l'énergie produite en électricité.

INTRODUCTION

Les gaines d'acier inoxydable entrant dans la constitution du coeur doivent assurer l'étanchéité entre le matériau fissile qu'elles contiennent et le fluide de refroidissement chargé d'évacuer la chaleur.

Sous l'effet de phénomènes dus principalement au comportement du combustible et de l'acier pendant le fonctionnement du réacteur, il peut apparaître des ruptures de gaines qui, suivant leur importance, sont de deux types :

- les "ruptures gaz" permettant un échappement partiel ou total des gaz de fission contenus dans la gaine sans autoriser l'entrée du sodium.
- les ruptures ouvertes laissant le sodium pénétrer à l'intérieur de la gaine au contact du combustible. Elles présentent deux stades :
  - . la rupture primaire correspondant au manque d'étanchéité initial mettant en communication le fluide de refroidissement avec le combustible.
  - . la rupture secondaire correspondant à l'ouverture de la gaine après que le fluide de refroidissement y ait pénétré et éventuellement réagi avec le combustible.

Les ruptures de la première catégorie, qui ne semblent avoir pour conséquence qu'une contamination du gaz de couverture, n'influent pas d'une façon gênante sur le fonctionnement du réacteur tant que leur nombre ne dépasse pas un taux limite admissible. Par contre, une rupture ouverte mal contrôlée peut conduire à une contamination du fluide de refroidissement, des circuits, et à la limite à une destruction partielle du coeur si elle entraîne la fusion d'éléments combustibles par suite d'un défaut de refroidissement de l'assemblage

correspondant. Un incident de cette sorte aboutirait à un arrêt de fonctionnement prolongé destiné à remettre la centrale en état de marche. Une telle situation provoquerait une perte importante de production d'énergie.

Des contraintes à la fois technologiques, économiques et de sécurité, imposent donc lorsqu'on est en présence d'une rupture ouverte, et en particulier lorsqu'elle atteint le seuil d'alarme préalablement établi, d'extraire l'assemblage la contenant, la remise en fonctionnement normal ne s'effectuant qu'après cette opération.

A cet effet, on a été amené à développer des systèmes de L.R.G. Ceux employés actuellement sur les réacteurs s'appuient sur les deux méthodes suivantes :

1. Auscultation individuelle en fonctionnement des éléments du coeur

En cas de rupture de gaine, on effectue une analyse du fluide de refroidissement provenant de chaque élément combustible de façon à mettre en évidence celui relâchant des produits de fission.

Une description schématique de ce procédé peut être donnée pour un réacteur prototype.

Un ensemble de tuyaux situés au-dessus du coeur permet d'effectuer un prélèvement de sodium en regard de chaque assemblage. Ces tuyaux aboutissent à un sélecteur prenant en compte les prélèvements de trois éléments à chaque auscultation. Un système de pompage véhicule le sodium jusqu'à une chaîne de détecteurs assurant une analyse en ligne des produits de fission libérés par la rupture (D.R.G. Sodium pour les neutrons retardés émis dans le sodium, D.R.G. Argon pour les gaz de fission).

Après avoir passé tout le coeur en revue, les prélèvements correspondants à une mesure positive sont analysés individuellement jusqu'à la localisation de l'élément défectueux. Celui-ci est alors extrait du coeur et remplacé par un assemblage sain.

L'avantage de ce procédé est de permettre une auscultation individuelle aboutissant par là-même à une bonne localisation.

Les inconvénients résident dans les deux faits suivants :

- ce système impose une technologie complexe dont la présence en sodium pose de nombreux problèmes. L'apparition d'une défectuosité peut obliger, pour y remédier, à arrêter le réacteur pendant une assez longue période (un mois par exemple). Il s'ensuit alors une perte importante par manque de production d'électricité.
- la localisation ne peut s'effectuer qu'en puissance. Cela présente un inconvénient car en cas d'accident le fonctionnement du réacteur est interrompu. La recherche de l'élément défectueux n'est alors plus possible.

2. Auscultation individuelle des éléments a posteriori

Après arrêt du réacteur, les éléments suspects sont déchargés puis mis en eau ou gaz s'il s'agit de centrales à eau, en sodium ou gaz pour les centrales à neutrons rapides. Ils sont ensuite réchauffés de façon à faire sortir les gaz de fission. On constate alors s'ils sont étanches ou non.

Ce procédé implique qu'il n'y ait pas d'évolution trop rapide des ruptures, des arrêts souvents répétés interdisant l'exploitation convenable du réacteur. La recherche de l'assemblage défectueux demande un nombre important de manutentions, ce qui entraîne une perte de temps considérable.

Le problème posé par la présence d'une rupture de gaine peut être résolu par une troisième méthode que nous avons tenté d'aborder dans cette étude.

Elle s'applique au cas d'un réacteur ne possédant pas de dispositifs technologiques de L.R.G.

L'absence de moyen spécifique de repérage peut amener à chercher et à exploiter des facteurs de différenciation des assemblages (caractéristiques qui leur sont propres, facteurs que l'on peut leur ajouter, mesures de détection globales dans le coeur) afin d'essayer de cerner le coupable dans un groupe d'éléments particulièrement suspects. Cette approche de localisation, qui fait l'objet de la première partie du travail, nous a conduit à réaliser un classement des assemblages par attribution de "probabilités de ruptures", permettant ainsi de guider l'identification de l'élément défectueux.

Il faut alors extraire la rupture compte tenu du classement établi. Or cette procédure demande du temps. Il est nécessaire qu'elle s'effectue le plus rapidement possible de façon, d'une part à limiter le relâchement des produits de fission dans le fluide de refroidissement, d'autre part à respecter la notion de service que doit assurer une centrale nucléaire. En effet, le facteur de charge imposé au réacteur implique un minimum de périodes d'arrêt en dehors de celles prévues pour sa maintenance. Naturellement, à ceci vient se greffer un coût dû principalement au défaut de production accompagnant tout arrêt de la centrale. La réduction maximale de ce temps d'extraction a constitué la deuxième étape de notre travail qui est l'optimisation de la politique de déchargement de la rupture en relation avec les résultats du classement.

Il est à noter que, par ce procédé, on désire seulement retirer l'assemblage rompu dans un intervalle de temps aussi court que possible et non pas l'isoler par une technique du type analyse dichotomique. La démarche utilisée présentement ne recherche par l'extraction du coupable seul, son identification parmi les éléments que l'optimisation impose d'enlever pouvant être déterminée par une méthode a posteriori ne prenant pas de temps de réacteur.

L'attrait présenté par cette attitude devant les ruptures de gaine est de ne pas faire appel à une technologie spécifique de localisation, évitant par là même l'implantation de tout appareillage supplémentaire dans un milieu susceptible de réagir avec lui.

HYPOTHESES DE TRAVAIL

1 - On ne s'intéressera dans ce travail qu'aux ruptures ouvertes susceptibles au cours de leur évolution de provoquer un incident non négligeable.

Le terme "rupture" employé ultérieurement conservera toujours cette signification.

2 - L'élaboration et l'application de cette étude ne s'effectuera que dans le cas d'un seul assemblage défectueux, cet assemblage pouvant contenir une ou plusieurs ruptures.

En effet :

- d'une part, certains des critères servant à établir le degré de culpabilité des éléments fissiles ne sont utilisables qu'à cette condition. En particulier, seule la D.N.D. (détection des neutrons différés) permet d'affirmer qu'une rupture est ouverte. Or, lorsque plusieurs ruptures sont disséminées dans le coeur, le signal D.N.D. est inexploitable du point de vue de leur localisation géographique.
- d'autre part, nous sommes placés dans la situation d'un réacteur ne possédant pas d'autre système de L.R.G. Nous ne disposons donc pas de moyen complémentaire permettant de lever le doute sur l'identification de ruptures simultanées.

Ceci impose pour l'exploitation de ce sytème de ne jamais tolérer la présence simultanée de deux ruptures ouvertes.

PREMIERE PARTIE

LOCALISATION DE RUPTURES DE GAINE PAR ATTRIBUTION DE "PROBABILITES DE RUPTURE" AUX ASSEMBLAGES FISSILES DU COEUR

I - CRITERES D'ATTRIBUTION DE "PROBABILITES DE RUPTURE"

Le problème de localisation d'une rupture de gaine serait aisément résolu si les mesures effectuées dans le réacteur, destinées à la situer, s'accompagnaient d'une incertitude négligeable et n'étaient pas rendues bien souvent difficiles à interpréter sous l'effet de perturbations propres à la technique employée, à la technologie du réacteur ou dues à la présence de ruptures gaz.

En fait, à l'exception de quelques cas très nets, on ne sait jamais exactement quel est l'assemblage défectueux. Comme il n'est guère possible d'incriminer précisément un assemblage donné, un travail préalable à l'optimisation de la politique de déchargement a consisté à classer les éléments fissiles du coeur selon un ordre de "probabilité de rupture".

Les critères choisis, obtenus à partir d'informations indépendantes permettent de limiter le nombre d'assemblages suspects et d'orienter la recherche coupable.

I.1 - Critères de classement :

Les gaines des aiguilles pouvant se rompre pour diverses raisons, l'attribution des "probabilités" peut s'effectuer en faisant appel à des caractéristiques intrinsèques des assemblages ainsi qu'aux mesures pratiquées en pile.

En effet, l'observation du comportement des assemblages a permis de déterminer certaines causes pouvant provoquer leur rupture. En outre, comme cela a été précisé ci-dessus, les mesures constituent des moyens d'investigation aidant à localiser l'assemblage défectueux.

Les critères retenus sont :

- contraintes et phénomènes provoqués sur le combustible et la gaine en fonction du taux de combustion.
- évolution des températures de sortie des assemblages.
- détection des marqueurs gazeux introduits préalablement dans les aiguilles.
- détection des neutrons différés.
- détermination de l'âge de l'aiguille défectueuse par mesure d'un rapport caractéristique de deux isotopes du Xénon.

I.2 - Remarques :

a) La détermination de l'ordre des "probabilités de rupture" n'est pas faite ici au sens propre du mot probabilité, ce qui justifie que nous utilisions également le terme coefficient de rupture. En effet, le nombre très peu élevé de ruptures observées en réacteur au moment de l'élaboration de ce travail ne permet pas d'utiliser une statistique conduisant à l'établissement de fonctions de densité de probabilité en valeur absolue. Les courbes de rupture que l'on emploiera sont obtenues à partir de la construction de modèles s'astreignant à représenter le risque propre à un assemblage d'être le "fautif", soit en fonction de l'évolution du combustible et de la gaine au cours de l'irradiation, soit en comparant certaines valeurs théoriques le caractérisant à des résultats de mesures.

Le classement obtenu ne sera donc qu'un classement en valeur relative.

Cela étant posé, il est bien entendu que pour manipuler les coefficients de rupture des éléments du coeur, le procédé le plus naturel est de s'appuyer sur les théorèmes de combinaisons de probabilités dont on conservera le vocabulaire par la suite.

b) Le combustible et la technique de mesures étant en constante évolution, certaines des hypothèses utilisées sont susceptibles d'être modifiées ou supprimées ultérieurement.

I.3 - Procédé d'attribution des "probabilités de rupture" :

La rupture d'une gaine peut être pressentie d'après deux types de critères, d'une part des causes physiques liées à la structure et évolutives au cours du temps, d'autre part des mesures de détection effectuées en réacteur. Ni l'un ni l'autre ne conduisent à une certitude, ce qui amène à poser la définition suivante :

La "probabilité" pour l'élément n°I d'être rompu est égale à la probabilité que la rupture soit provoquée par les causes n°1, 2...j, ou soit mise en évidence par les mesures n°j + 1 .....n.

Nous utiliserons les notations suivantes :

p_i (I) : "probabilité de rupture" attribuée par le critère C_i à l'assemblage n°I

P (I) : "probabilité de rupture" attribuée après application des n critères à l'assemblage n°I

Les n critères d'attribution étant indépendants et compatibles, on obtient en appliquant le théorème des probabilités totales :

$$P(I) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - p_i (I) \right] \qquad (1)$$

I.4 - Normalisation :

Puisque l'on admet que l'utilisation de la méthode ne s'effectue qu'en présence d'un seul assemblage défectueux, on écrira en s'appuyant sur les probabilités totales d'évènements incompatibles :

$$\begin{cases} \sum_{I=1}^{N} P(I) = 1 \\ \\ N = \text{nombre d'éléments fissiles du coeur} \end{cases}$$

Il ne s'agit que d'une convention d'écriture puisque nous n'établissons en fait que des coefficients de rupture. Cette normalisation permettra de les exprimer sous la forme familière des probabilités.

I.5 - Problème de la validité des critères auxquels sont soumis les assemblages :

Il est probable que lors de l'utilisation de la méthode certains des critères de rupture se révèlent plus sensibles que d'autres pour l'identification des éléments rompus. Il serait donc intéressant de pouvoir modifier les "probabilités de rupture" en fonction de la validité respective de ces critères, c'est-à-dire d'affecter un coefficient de confiance à ces derniers.

I.5.1 - Procédé proposé :

a) Tous les critères sont considérés comme étant également valables a priori :

Les fonctions correspondantes utiliseront une amplitude commune pour l'attribution des "probabilités".

b) Les critères sont classés selon un ordre préférentiel (dans l'hypothèse où l'on sait apprécier leur validité)

Prenons comme exemple le cas de deux critères dont le premier permet de localiser la rupture avec davantage de "certitude" que le second. La dispersion des "probabilités" du deuxième

critère, traduite par l'amplitude de la fonction, doit être réduite de façon à diminuer son influence sur le classement des éléments par rapport au premier.

Dans le cas général de n critères, l'amplitude des fonctions qu'ils définissent sera modulée de la manière suivante :

- le critère jugé le plus apte à permettre l'identification de la rupture utilisera la dispersion initialement prévue des valeurs p_i.
- les autres critères verront la dispersion de leurs courbes représentatives réduite suivant leur position dans l'ordre de validité établi.

D'une façon pratique, cette réduction d'amplitude s'effectuera en appliquant aux fonctions de la forme $p_i = g_i(x_i)$, x_i étant la variable caractérisant le critère n°i, une affinité de rapport f_i telle que :

$$\begin{cases} p'_i(I) = p_i(I) \cdot f_i \\ 0 \leqslant f_i \leqslant 1 \end{cases}$$

L'expression (1) du paragraphe I.3 devient alors :

$$P'(I) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - p'_i(I) \right]$$

I.5.2 - Détermination des coefficients de confiance f_i :

a) Une première méthode consisterait à s'appuyer sur les enseignements tirés de l'observation de ruptures existant préalablement.

Supposons que l'on montre qu'une cause de rupture est commune à plusieurs assemblages examinés après leur retrait du coeur. Ces résultats permettraient d'agir sur les coefficients f_i

de façon à ce que le critère correspondant ait un effet prépondérant sur le classement final des assemblages. Mais pour cela, il est nécessaire de disposer d'un nombre d'aiguilles rompues assez important permettant de consolider le jugement établi avec suffisamment de certitude. Cette condition n'étant pas réalisée actuellement, la méthode n'est pas applicable pratiquement.

b) Une deuxième méthode qui, présentement, reste la seule applicable est une méthode subjective.

- Exemple : Si l'une des mesures destinée à détecter la rupture a été effectuée dans de bonnes conditions et sachant qu'a posteriori elle a assez bien orienté la recherche de l'assemblage défectueux, on rendra prépondérant l'effet du critère correspondant.
- Les valeurs des coefficients de confiance dépendront donc en fait du jugement des expérimentateurs. Ce caractère subjectif est lié au fait que la filière en est au stade expérimental. Lorsqu'on aura atteint l'étape des réacteurs de puissance où les mesures seront systématisées, la détermination de ces coefficients sera moins qualitative. Ils apparaissent en tout cas comme une caractéristique du réacteur liée à sa technologie.

I.6 - Organigramme du principe d'attribution des coefficients de rupture : (fig.1)

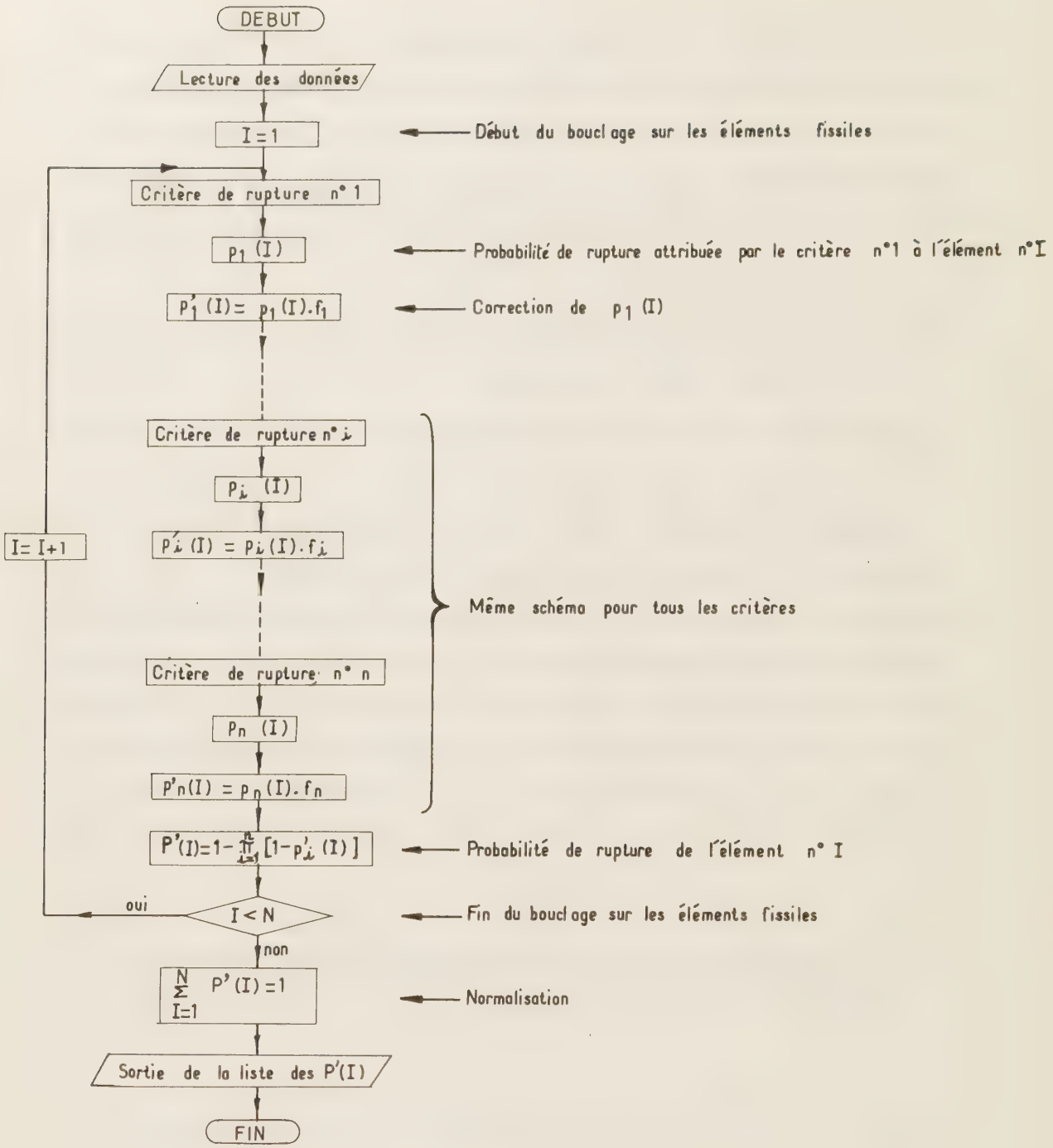


Fig. 1 ORGANIGRAMME D'ATTRIBUTION DES COEFFICIENTS DE RUPTURE

II - CRITERE DE RUPTURE FONCTION DES PHENOMENES LIES AU TAUX DE COMBUSTION

II.1 - Rappel de quelques définitions utiles (1) :

La durée de vie d'un matériel est une variable aléatoire T positive à laquelle sont attachées plusieurs fonctions :

La densité de probabilité f(t) : La probabilité pour que T soit comprise entre t et t + dt est égale à f(t) dt.

$$f(t)\,dt = \text{Prob}\,(t < T < t + dt)$$

C'est la probabilité instantanée a priori de panne.

Le taux de panne r(t) : La probabilité pour qu'un matériel encore en fonctionnement à l'âge t tombe en panne entre t et t + dt est égale à r(t) dt.
C'est la probabilité instantanée a posteriori de panne.

II.2 - Courbe en baignoire du taux de panne r(t) (2) :

On constate fréquemment que le taux de panne (ou de défaillance) lié à un matériel n'est pas une fonction monotone.
La courbe représentative prend assez souvent l'allure suivante bien connue (fig.2).

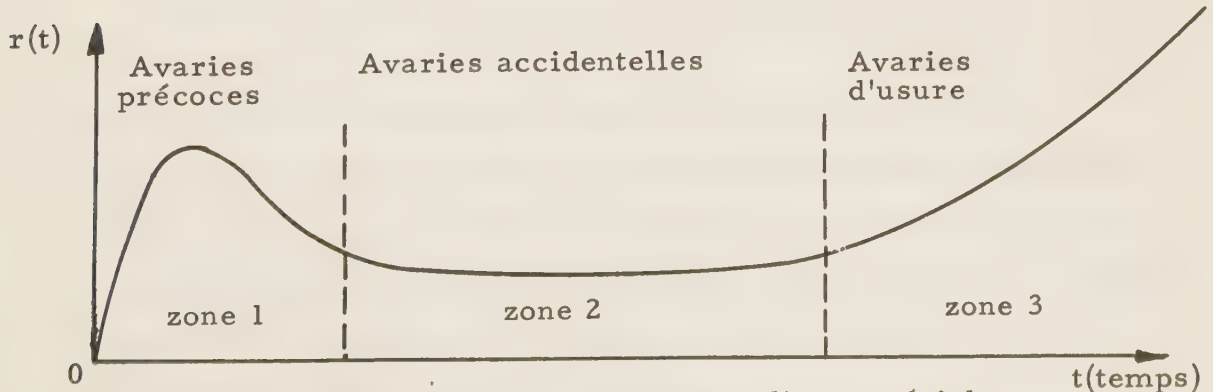


fig.2 : courbe en baignoire du taux de panne d'un matériel.

II.2.1 - Zone 1 :

Elle est dite période infantile ou des avaries précoces. C'est une zone à taux d'avarie d'abord croissant puis rapidement décroissant. Elle correspond à la mise en service d'un nouveau matériel. Les défaillances sont dues d'une part à tout ce qui a pu échapper aux services d'études lors de la conception, d'autre part aux imperfections non mises en évidence lors du contrôle de qualité, enfin aux individus aberrants non détectés. Les éléments moins robustes tombent rapidement en panne pendant cette période.

II.2.2 - Zone 2 :

Elle est dite période de vie utile ou des avaries accidentelles. C'est une zone à taux d'avarie sensiblement constant où l'on peut tirer le meilleur emploi du matériel, les éléments les moins robustes ayant été éliminés dans la zone 1. Le mécanisme de telles pannes est une contrainte excessive et soudaine agissant sur le matériel. Ces accumulations de contraintes se produisent au hasard, entraînant un taux d'avarie sensiblement constant.

II.2.3 - Zone 3 :

Elle est appelée période d'usure ou des avaries par usure. C'est une zone à taux d'avarie rapidement croissant traduisant le phénomène d'usure d'un matériel. Un matériel qui a survécu jusqu'à un âge avancé a de plus en plus de chance de tomber en panne.

C'est une courbe de ce type que nous utiliserons, en apportant toutefois quelques modifications, pour déterminer la "probabilité de rupture" de chaque assemblage en fonction de son "âge", celui-ci étant caractérisé par les phénomènes liés au taux de combustion.

En effet, on cherche à localiser l'élément rompu lorsque la panne s'est produite, autrement dit quand on sait qu'il a survécu jusqu'au moment présent. Ceci correspond à la définition des probalités de rupture a posteriori. On cherchera donc à déterminer l'assemblage défectueux en utilisant le modèle de ces probabilités instantanées dont l'évolution est donnée par le taux de panne r.

II. 3 - Forme générale et détermination des zones de la courbe de rupture choisie (fig. 3) :

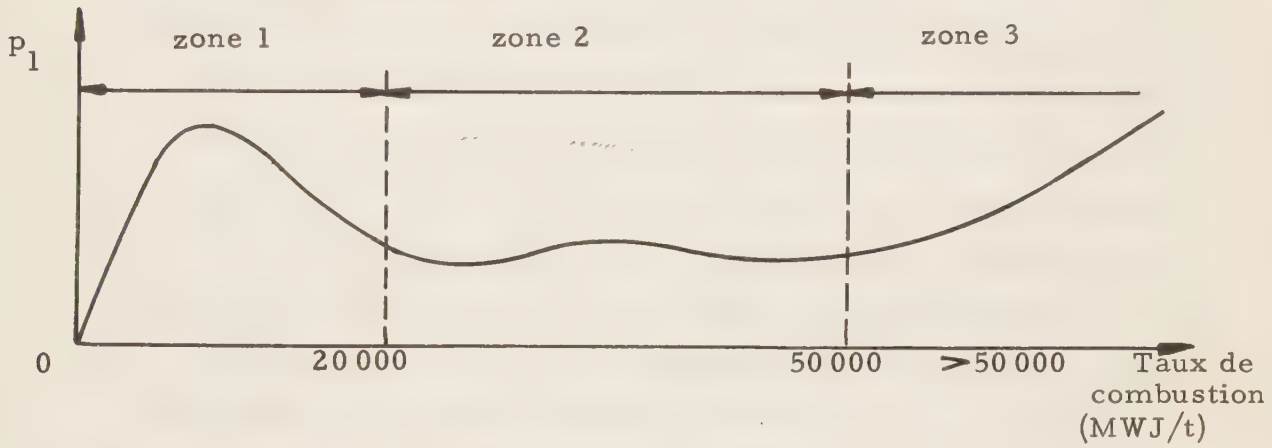


fig. 3 : courbe de rupture du critère n°1
(l'échelle n'est pas respectée)

II. 3. 1 - Zone 1 :

a) L'explication générale en a été donnée précédemment : il s'agit d'éléments plus faibles que la normale ne supportant pas le niveau de contraintes qui leur est imposé.

b) Dans le cas des réacteurs rapides, une explication peut être donnée par le phénomène suivant qui a été constaté à diverses reprises :

A la suite d'un défaut de soudure non détecté à la fabrication, il se produit une réaction entre le sodium et le combustible. Les produits de formation ayant une densité plus faible que l'oxyde provoque son gonflement, entraînant l'apparition de contraintes mécaniques sur la gaine. Cette situation, bien que non particulière

a priori aux aiguilles jeunes, a de fortes chances de se produire dans la zone des pannes infantiles, l'aggravation de défauts d'origine se manifestant en général assez rapidement lorsque le matériel est soumis à ses conditions normales d'utilisation.

On peut également émettre l'hypothèse suivante qui, bien que peu probable, n'est pas à exclure totalement :

Une rupture prématurée peut être due à l'entrée du sodium dans une aiguille possédant une soudure non étanche à l'origine.

La barrière séparant le combustible du fluide de refroidissement n'étant pas parfaitement hermétique, il s'établit un équilibre de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la gaine. Une chute de température entraînée par un cyclage thermique provoque une dépression à l'intérieur de l'aiguille et donc une aspiration de sodium. Si le défaut n'est pas suffisamment important pour le laisser ressortir rapidement, une nouvelle montée en température le transforme brutalement en vapeur. La contrainte exercée sur les parois de l'aiguille peut entraîner immédiatement ou à brève échéance sa détérioration définitive.

En effet, la pression de vapeur du sodium (à l'équilibre vapeur-liquide) est donnée par l'expression :

$$P_{Na}\ (atm) = 0,987 . e^{2,302\ (6,451 - \frac{5444,3}{T(°K)} - 0,538 \log_{10} T(°K))}$$

Pour une température moyenne du combustible de 2000°K en fonctionnement, on atteint une pression de l'ordre de 80 atmosphères dont l'application très brutale peut avoir des conséquences néfastes sur une gaine possédant initialement un défaut.

c) Description de la zone : Compte tenu des connaissances actuelles, nous admettrons qu'elle s'étend de 0 à 20 000 MWJ/t. Les éléments pouvant être considérés comme "jeunes" jusqu'à 15 000 MWJ/t

environ, la bosse de la courbe est située entre 5 000 MWJ/t et 15 000 MWJ/t. Pour des valeurs supérieures du taux de combustion, le taux de panne décroît rapidement pour atteindre la zone 2.

d) Equations choisies : La forme de la courbe a imposé un découpage. Chaque équation provient d'un lissage déterminé à partir de valeurs numériques attribuées à des points particuliers de la courbe.

- Notations :

p_1 = coefficient de rupture

Tc = taux de combustion ($\times 10^3$ MWJ/t)

$$\begin{cases} 0 \leqslant Tc \leqslant 5 & p_1 = 0,08\ Tc \\ 5 \leqslant Tc \leqslant 15 & p_1 = -0,004\ Tc^2 + 0,08\ Tc + 0,1 \\ 15 \leqslant Tc \leqslant 20 & p_1 = -0,04\ Tc + 1 \end{cases}$$

II. 3. 2 - Zone 2 :

a) Bien que le matériel atteigne alors sa vie utile où le taux d'avarie reste sensiblement constant, on tiendra compte des contraintes mécaniques dues au gonflement différentiel de l'oxyde et de la gaine au cours de l'irradiation.

De nombreuses observations ont montré une déformation radiale des aiguilles fissiles liée au comportement de l'acier des gaines sous l'effet des neutrons. Elle est créée par la présence de nombreuses cavités dues au rassemblement des lacunes formées par le bombardement neutronique. Il est à noter que la formation de ces défauts entraîne une fragilisation de l'acier. Pour sa part, le gonflement du combustible serait dû en grande partie à la formation des produits solides de fission.

b) Description de la zone :

Elle s'étend de 20 000 MWJ/t à 50 000 MWJ/t.

Approximativement à partir de 25 000 MWJ/t et surtout vers 35 000 MWJ/t, le combustible gonfle et peut exercer des contraintes mécaniques sur la gaine. Il a d'ailleurs été constaté à l'époque de ces observations l'apparition de bouffées de gaz de fission dans cette zone. A ce moment on ne peut affirmer qu'il y a ou qu'il risque de se produire rapidement une rupture. En effet, même si le combustible excerçait une contrainte brutale sur la gaine, celle-ci devrait être très importante pour provoquer la rupture au niveau du pied de l'aiguille où la résistance et la ductilité résiduelle sont les plus faibles.

Cependant, sans lui accorder trop d'importance, il est logique de penser que ce phénomène pouvant s'ajouter à des contraintes accidentelles ne doit pas être éliminé. Cela se traduit par un léger renflement de la courbe entre 25 000 MWJ/t et 40 000 MWJ/t.

Aux alentours de 40 000 MWJ/t, le gonflement de la gaine devient supérieur à celui de l'oxyde, diminuant ainsi les contraintes mécaniques exercées par le combustible sur l'acier. On a constaté à ce moment la disparition des bouffées précédentes. On peut de plus admettre que jusqu'à 50 000 MWJ/t, le relâchement des contraintes continue. Donc de 40 000 MWJ/t à 50 000 MWJ/t, le taux de panne reprendra une valeur constante plus basse, identique à celle du début de la zone 2 s'étendant de 20 000 MWJ/t à 25 000 MWJ/t.

c) Equations choisies :

$$\left.\begin{array}{l} 20 \leqslant Tc \leqslant 25 \\ 40 \leqslant Tc \leqslant 50 \end{array}\right\} \quad p_1 = 0,2$$

$$25 \leqslant Tc \leqslant 40 \qquad p_1 = -17,7\,10^{-4}\,Tc^2 + 11,55\,10^{-2}\,Tc - 1,58$$

II.3.3 - Zone 3 :

Cette période d'usure est limitée arbitrairement à un taux de combustion maximum de 100 000 MWJ/t, valeur vraisemblable de fin de vie des assemblages.

a) Au delà de 50 000 MWJ/t, plusieurs raisons peuvent contribuer à la rupture d'une aiguille :

- les contraintes thermiques dues :
  - . au gradient de température dans l'épaisseur de la gaine, la paroi interne de l'aiguille étant beaucoup plus chaude que la paroi externe.
  - . au gradient de température existant sur la circonférence de la gaine, dépendant de la position relative de l'aiguille dans l'assemblage.
- les contraintes mécaniques dues :
  - . au gonflement différentiel oxyde-gaine. Cette hypothèse n'est pas contradictoire avec celle du décollement accentué de l'oxyde et de la gaine. En effet, la colonne combustible n'étant pas homogène, les deux phénomènes peuvent se produire en même temps à des endroits différents.
  - . au gonflement de l'acier pouvant mettre les aiguilles les unes au contact des autres.
  - . à la pression exercée par les gaz de fission, le nombre d'atomes formés devenant important.

Ces sollicitations apparaissent, augmentent ou se maintiennent sur une gaine fragilisée. Cette fragilisation est due :

- à la création de défauts provoqués par le bombardement neutronique.
- à l'interaction du matériau de l'aiguille, du combustible et des produits de fission. Il se formerait un mélange d'uranium, de produits de fission et de constituants de l'acier à l'interface combustible-gaine.

Il peut également intervenir un autre phénomène : la fusion du combustible.

Le jeu existant entre la gaine et le combustible s'accroît par suite du gonflement de l'acier devenant plus rapide que celui de l'oxyde. Cela peut entraîner la détérioration du coefficient d'échange thermique entre l'oxyde et la gaine et provoquer une surchauffe du combustible. Le risque de fusion partielle ou totale du combustible n'est donc pas impossible pour les taux de combustion très élevés. Les conséquences d'une fusion sont mal estimées actuellement. On ne peut pas exclure une détérioration de la gaine.

Les divers points présentés ci-dessus sont en fait basés sur un ensemble d'hypothèses s'efforçant de donner une explication cohérente d'une rupture de gaine dans la zone 3. Actuellement, on ne connaît pas très bien le comportement des assemblages pour les taux de combustion élevés, les informations recueillies n'étant pas suffisantes. La liste des cas de rupture possible qui vient d'être évoquée n'a pas la prétention d'être exhaustive car il est fort probable que d'autres possibilités existent.

De toute façon, quelle que soit l'hypothèse retenue, le résultat est le même : le risque de rupture augmente.

Nous prendrons comme modèle une croissance exponentielle du taux de panne dans cette zone.

b) Equation choisie :

$$p_1 = \frac{1}{25\, p_{max}} \; e^{\left(\frac{\ln 5\, p_{max}}{50}\right) Tc}$$

Remarque : La détermination des coefficients de rupture en fonction d'une caractéristique unique représentée ici par le taux de combustion des assemblages pourra s'effectuer ultérieurement par deux approches différentes :

- Estimer globalement les risques de rupture par une statistique basée sur une longue expérience. Cette façon de procédé permettrait de tenir compte de l'ensemble des phénomènes connus ou inconnus présentement même si certains d'entre eux apparaissaient interdépendants. A moyen ou à long terme, cette méthode serait probablement la meilleure.
- Ou bien, considérer individuellement les paramètres significatifs d'une rupture possible. Les coefficients de rupture attribués par chacun de ces paramètres seraient alors combinés suivant les théorèmes de probabilités de façon à obtenir un coefficient global pour chaque assemblage. Ce procédé permettrait d'assurer la liaison entre le modèle actuel qu'il est difficile de préciser davantage et la méthode statistique évoquée ci-dessus.

Le paramètre pression des gaz de fission étant celui que l'on peut le mieux cerner présentement, nous donnons en Annexe I un exemple simple pouvant servir de point de départ à cette optique.

A plus court terme, il est possible de conserver la courbe proposée à condition toutefois de ne pas la figer. Il est bien évident qu'à la suite de données supplémentaires la dimension des

zones variera. Des modifications dans la conception des aiguilles combustibles pourraient faire disparaître le problème du gonflement différentiel oxyde-gaine pour ne laisser place qu'à celui du gonflement de l'acier seul, se manifestant pour des flux de neutrons intégrés très élevés.

D'une façon générale, seule la forme en baignoire restera a priori.

La frontière entre la zone de vie utile et la zone d'usure pourrait être logiquement la valeur du taux de combustion opérationnel choisi pour le combustible considéré.

III - CRITERE DE RUPTURE FONCTION DE L'EVOLUTION DES TEMPERATURES DE SORTIE DES ASSEMBLAGES

III.1 - Principe :

Un dispositif de mesures permet de surveiller individuellement les températures de sortie du sodium au-dessus des assemblages du coeur.

Toute anomalie dans leur évolution autour des valeurs attendues en fonctionnement normal est ainsi détectée.

L'utilisation de ces températures à la localisation d'une rupture de gaine est fondée sur le principe suivant :

- la rupture d'une aiguille ne provoquera pas systématiquement une élévation anormale de la température de sortie, mais toute augmentation anormale de température traduit un défaut de fonctionnement de l'assemblage correspondant, pouvant avoir pour cause ou pour conséquence une rupture de gaine.

Exemples :

1- Le bouchage partiel du canal d'un assemblage peut être produit par une rondelle, un écrou détachés accidentellement d'un ensemble mécanique, ou par des bulles de la couverture d'argon entraînées par le sodium. Le défaut de refroidissement qui en résulte peut entraîner la fusion partielle d'une aiguille.

2- Un gonflement anormal au droit de la rupture d'une aiguille détériore le refroidissement et entraîne une élévation de température.

3- La libération dans le sodium d'un morceau de gaine ou de combustible par une aiguille rompue peut provoquer le bouchage d'un canal et aboutir à la conséquence de l'exemple n°1.

III. 2 - Critère d'attribution des coefficients de rupture :

On peut admettre que jusqu'à un certain seuil d'élévation de température $\Delta\theta_1$, il ne se produit aucun phénomène grave pour les assemblages.

Au delà d'un deuxième seuil $\Delta\theta_2$, l'élévation de température sera considérée comme étant trop importante. Pour cette zone le problème n'est pas de localiser l'assemblage : en effet, une intervention immédiate est alors nécessaire pour parer à tout incident grave.

Entre ces deux seuils, le critère retenu est :

La "probabilité de rupture" de l'assemblage est proportionnelle à l'élévation de température $\Delta\theta$

III. 3 - Courbe de rupture :

La représentation graphique de l'attribution des coefficients de rupture est donnée par la fig. 4

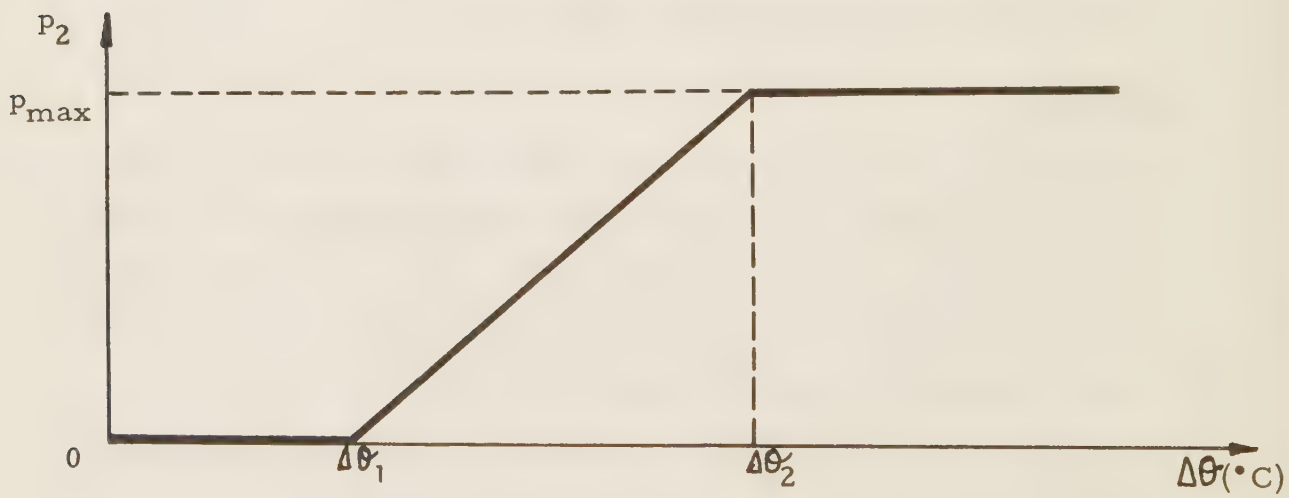


fig. 4 : courbe de rupture du critère n°2

L'écart à la température normale sera défini de la façon suivante pour chaque assemblage :

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

θ_2 = température moyenne relevée pour l'assemblage considéré au moment de la rupture.

θ_1 = température moyenne de ce même assemblage en fonctionnement normal, rapportée à la même puissance et à la même répartition de débits qu'au moment de la rupture.

Equations :

$$0 \leqslant \Delta\theta \leqslant \Delta\theta_1 \qquad p_2 = 0$$

$$\Delta\theta_1 \leqslant \Delta\theta \leqslant \Delta\theta_2 \qquad p_2 = p_{max} \cdot \frac{\Delta\theta - \Delta\theta_1}{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}$$

$$\Delta\theta \geqslant \Delta\theta_2 \qquad p_2 = p_{max}$$

Remarque : La portion utilisable de la courbe s'étendant de $\Delta\theta = 0$ à $\Delta\theta = \theta_2$, on pourrait estimer les coefficients de rupture des assemblages par une fonction du second degré qui se rapprocherait davantage d'une évolution physique réelle. La correction apportée ne se justifie pas actuellement.

III.4 - Choix des seuils :

a) Seuil n°1 : Pour un régime de fonctionnement donné, il existe de petites variations de débit du sodium et de puissance du réacteur, entraînant que les températures de sortie des assemblages ne sont jamais parfaitement stables. En tenant compte également du problème de régulation de température, on considèrera que les écarts aux températures normales seront sans gravité jusqu'à $\Delta\theta_1 = 3°C$.

b) Seuil n°2 : La préalerte en température se situant pour une augmentation $\Delta\theta = 5°C$ et la descente de barres pour $\Delta\theta = 10°C$, on admettra pour $\Delta\theta = 6°C$ un coefficient de rupture égal à 0,5.

La deuxième équation (cf. par. III.3) entraîne alors

$$\Delta\theta_2 = 6\, p_{max} + 3$$

III. 5 - Utilisation des relevés automatiques de température :

Deux cas peuvent se produire :

1 - Le réacteur fonctionne à un niveau de puissance déterminé lorsque la rupture se produit :

Il suffit alors de comparer les températures de sortie des assemblages juste avant la rupture et au moment de la rupture (ou très peu de temps après) (fig. 5).

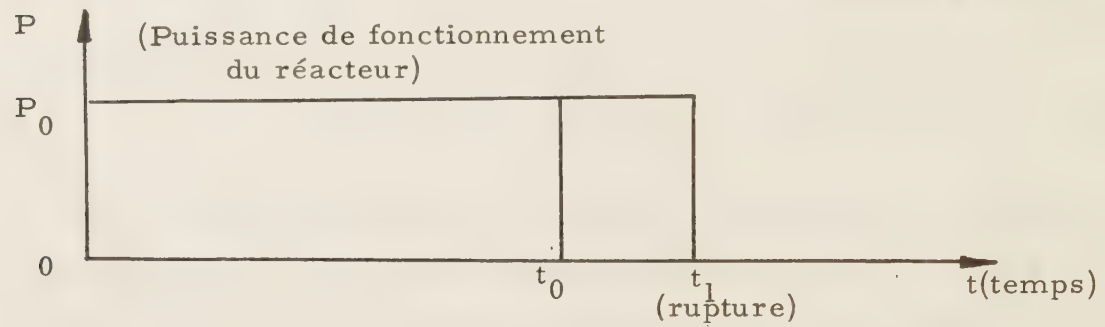


fig. 5 : rupture se produisant à un niveau de puissance constant.

On obtient :

$$\begin{cases} \Delta\theta = \theta_2 \text{ (relevée à } t_1) - \theta_1 \text{ (relevée à } t_0) \\ \Delta t = t_1 - t_0 \text{ le plus court possible} \end{cases}$$

2 - La rupture se produit lors d'une montée en puissance (ou quelquefois lors d'une descente en puissance) (fig. 6)

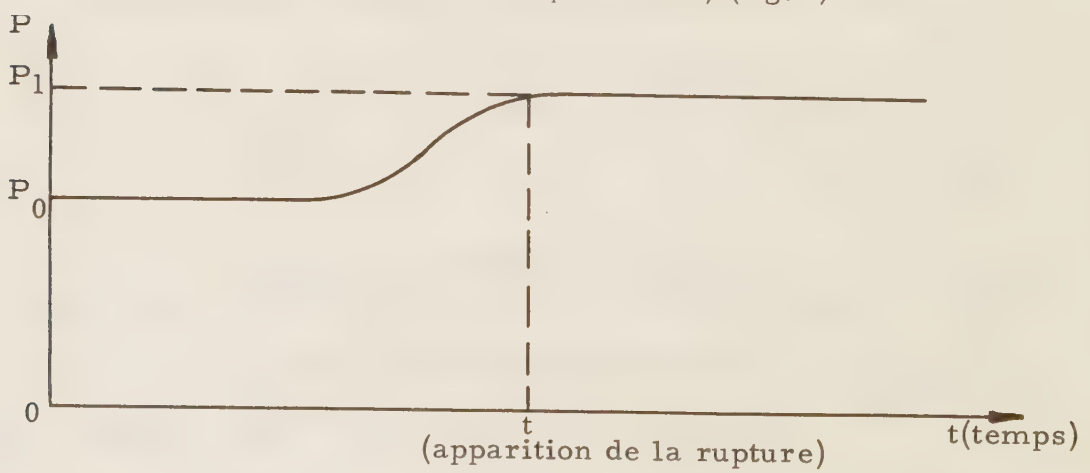


fig. 6 : rupture apparaissant lors d'une montée en puissance.

Il faut alors comparer les températures pour un même niveau de fonctionnement, c'est-à-dire à la même puissance et à la même répartition de débits du sodium.

Calcul de θ_1 (avant rupture) à la puissance P de la rupture et avec la même répartition des débits :

Appelons :

θ_e : température d'entrée du sodium

P (I) : puissance dégagée dans l'assemblage n°I

Q (I) : débit massique du sodium dans l'assemblage n°I

c_p : chaleur massique du sodium

L'élévation moyenne de température du sodium dans l'assemblage n°I à partir de la température d'entrée est donnée par : (3)

$$\Delta T\,(I) = \frac{1}{c_p} \cdot \frac{P(I)}{Q(I)}$$

La température de fonctionnement normal de l'élément n°I est :

$$\theta_1\,(I) = \theta_e + \Delta T\,(I)$$

L'écart $\Delta\theta$ à la température normale sera donc :

$$\Delta\theta\,(I) = \theta_2\,(I) - \left[\theta_e + \frac{1}{c_p} \cdot \frac{P\,(I)}{Q\,(I)}\right]$$

La variation de la chaleur massique du sodium avec la température est donnée par :

$$\begin{cases} c_p\,(\theta) = 46\,10^{-8}\ \theta^2 - 579\,10^{-6}\ \theta + 1{,}436 \\ \theta \text{ en } °C,\ c_p \text{ en } j/g°C \end{cases}$$

La température utilisée pour $c_p(\theta)$ sera $\theta_2\,(I)$.

Remarque : Les températures peuvent être accidentellement mal répertoriées du fait d'un thermocouple hors d'usage par exemple. On éliminera des températures aberrantes par comparaison avec des températures minimales et maximales acceptables lors du fonctionnement du réacteur.

IV - LOCALISATION D'UNE RUPTURE DE GAINE PAR LA METHODE DES TRACEURS GAZEUX

IV.1 - Principe de la méthode (4)

Un volume connu de gaz (Krypton ou Xénon) non produits de fission, est introduit dans les aiguilles des assemblages fissiles. En cas de rupture de gaine, le traceur gazeux correspondant est relâché hors de l'aiguille et aboutit dans l'argon de couverture du coeur. Il est alors détecté par spectrométrie de masse et identifié par mesure d'un rapport isotopique significatif.

Le marquage complet des éléments n'est pas réalisé actuellement. La généralisation de ce procédé à tout le coeur fissile doit permettre d'améliorer de façon tout à fait satisfaisante la localisation des assemblages défectueux.

Pratique du marquage :

Les assemblages marqués sont caractérisés par un rapport déterminé de deux des isotopes du gaz traceur devant permettre de les identifier lors de l'apparition d'une rupture de gaine.

Pour les traceurs Xénon et Krypton, les rapports sont respectivement :

$$R = \frac{Xe\ 129}{Xe\ 124} \qquad R' = \frac{Kr\ 82}{Kr\ 78}$$

L'éventail des rapports isotopiques s'obtient en faisant varier l'enrichissement du gaz traceur en isotopes légers jusqu'au pourcentage désiré de Xe 124 ou de Kr 78 pour chaque assemblage.

L'espacement réalisé entre deux traceurs successifs est $\frac{\Delta R}{R} = 20\%$.

Le marqueur est alors introduit dans une capsule elle-même placée dans une chambre d'expansion de l'aiguille. La libération du gaz dans l'aiguille s'opère par la perte d'étanchéité d'un joint fusible lors de la montée en température du réacteur.

IV.2 - Facteurs d'incertitude sur l'identification d'un traceur :

Deux situations particulières peuvent mettre la méthode en défaut :

1) La rupture de plusieurs aiguilles est quasi-simultanée. Dans ces conditions les informations recueillies dans le ciel d'Argon sont mélangées et donc faussées.
2) La gaine défectueuse relâche le marqueur très lentement par faibles fractions. Si l'accumulation de l'information n'est pas suffisante, la détection n'est pas assurée. Ce type de rupture peut également gêner l'identification d'un traceur relâché postérieurement par un autre assemblage défectueux.

Cette situation correspond à une rupture type "microfissure" ou à une rupture d'aiguille en début d'irradiation lorsque la pression des produits de fission dans la gaine est inférieure ou trop peu supérieure à la pression externe.

Ces deux cas mis à part, l'identification du traceur relâché dépend de l'espacement entre deux rapports isotopiques voisins comparé aux incertitudes apportées par la précision de la mesure et par certains paramètres faisant fluctuer cet espacement.

Les facteurs conduisant à une incertitude sont :

1) Précision du rapport isotopique à la fabrication :

Elle est de l'ordre de 1%.

2) Capture neutronique des isotopes traceurs :

Le phénomène d'absorption neutronique, fonction du spectre au niveau du volume d'expansion de l'aiguille, fait varier le rapport $\frac{\text{Xe 129}}{\text{Xe 124}}$.

La disparition du Xe 124 entraîne son augmentation.

Il est possible d'effectuer une correction concernant cette évolution car d'une part, les taux de disparition des isotopes sont connus en fonction du temps, d'autre part, on dispose de la mesure de l'âge de l'aiguille défectueuse (cf. chapitre VI).

Ce problème pourrait être résolu par une seconde méthode consistant à remplacer le Xe 124 par du Xe 126 moins sensible à la capture neutronique. L'inconvénient présenté par ce gaz est d'offrir moins de possibilités d'enrichissement et donc un choix plus restreint de rapports isotopiques.

3) Pollution du marqueur par des produits de fission :

Le Xe 129 et le Kr 82 figurent parmi les produits de fission formés indirectement pendant le fonctionnement du réacteur.

L'apport de Xe 129 est négligeable et ne modifie pas de façon sensible le rapport $\frac{\text{Xe 129}}{\text{Xe 124}}$. Par contre la production de Kr 82 peut faire varier le rapport $\frac{\text{Kr 82}}{\text{Kr 78}}$ dans le sens d'une augmentation.

4) Bruit de fond dans l'argon de couverture :

Il peut être dû :

- aux produits de fission (dont le Kr 82) relâchés par des aiguilles défectueuses non extraites du coeur. Cette pollution peut être considérée comme négligeable.

- aux Xénons et Kryptons naturels présents dans l'air et pénétrant dans l'argon.
- aux Kryptons ou Xénons d'un traceur relâché antérieurement et non totalement éliminé.

Ce bruit de fond peut se révéler gênant lors de l'analyse des marqueurs.

5) Précision de la mesure :

Elle est de l'ordre de 10%.

Remarque :

Les incertitudes sur l'identification du traceur relâché pourraient être levées en augmentant l'espacement entre les rapports isotopiques successifs. Cela n'est pas réalisé pour les raisons suivantes :

1) Le nombre de corps à disposition permettant d'effectuer le marquage est limité aux Xénons et aux Kryptons car :
   - d'une part on désire que les traceurs soient gazeux de façon à les récupérer dans l'argon.
   - d'autre part il est nécessaire qu'ils aient le minimum d'interactions avec le combustible, la gaine qui ne doit pas être corrodée, et le sodium de façon à ne pas former de composés.

   Pour ces traceurs correspond un intervalle de variation défini des rapports isotopiques, l'enrichissement en isotopes légers se heurtant à une limite fixée tant par des problèmes technologiques qu'économiques.

2) Le grand nombre d'éléments à marquer impose un éventail de valeurs relativement serré compte tenu de l'intervalle de variation possible.

A ce propos, il est à noter qu'il n'est pas possible de pratiquer un marquage individuel : à un rapport isotopique donné correspond un groupe d'assemblages.

IV. 3 - Attribution des coefficients de rupture :

L'incertitude globale due à la mesure et à l'ensemble des paramètres précédents n'est guère exprimable car à ce jour on ne possède pas d'expérience sur le fonctionnement des traceurs en réacteur.

Dans l'état actuel des connaissances, la solution considérée comme étant la plus acceptable consiste à admettre que :

- le groupe d'assemblages caractérisé par le rapport isotopique le plus proche de la valeur mesurée est celui contenant la rupture de gaine.
- le groupe d'assemblages dont le rapport isotopique est le plus proche voisin du précédent n'a que 50% de chances de contenir la rupture.
- le groupe d'assemblages dont le rapport isotopique est le deuxième plus proche voisin a une probabilité négligeable de contenir l'élément défectueux.
- les autres assemblages sont mis hors de cause.

L'attribution des coefficients de rupture s'effectuera de la façon suivante :

Soit N éléments répartis en k groupes caractérisés respectivement par leur rapport isotopique de marquage :

- groupe n°1 de rapport R_1
  " " "
  " " "

- groupe n°i de rapport R_i
  " " "
  " " "
- groupe n°k de rapport R_k

Le rapport mesuré lors de la rupture est R_m

On attribue à chaque assemblage marqué une "distance" d, valeur absolue de la différence entre son rapport isotopique et la valeur mesurée R_m, soit pour celui appartenant au i-ième groupe :

$$d_i = \left| R_m - R_i \right|$$

En conservant les notations utilisées dans les chapitres précédents on a :

$p_3 = p_{max}$ pour un assemblage de distance $d_j = \min (d_1, d_2, \ldots, d_k)$.

$p_3 = 0,5$ pour un assemblage de distance immédiatement supérieure.

$p_3 = 0,05$ pour un assemblage de troisième plus petite distance.

$p_3 = 0$ pour les autres assemblages.

Remarque :

Rappelons préalablement que l'on admet de conserver les ruptures gaz dans le coeur.

En supposant un marquage individuel possible, même si la localisation par les traceurs se révèle par la suite suffisamment précise (incertitude globale négligeable), la méthode des facteurs de différenciation conservera toute son utilité. En effet, lorsque l'on se préoccupera d'une rupture ouverte dans le coeur, il existera probablement plusieurs ruptures gaz ayant relâché leur traceur, aussi cette méthode sera nécessaire pour cerner le coupable parmi elles.

V - LOCALISATION D'UNE RUPTURE DE GAINE PAR DETECTION DES NEUTRONS DIFFERES (D.N.D.)

V.1 - Rappel : Détection des neutrons différés dans le sodium :

V.1.1 - Principe :

En cas de rupture de gaine, la barrière séparant le combustible du fluide de refroidissement n'existe plus. Il s'ensuit que des produits de fission sont relâchés dans le sodium. Parmi eux, certains isotopes de l'Iode et du Brome émettent des neutrons retardés qui, après avoir été ralentis, peuvent être détectés au moyen de chambres à fission ou de compteurs au bore.

La mesure du nombre de ces neutrons, appelés également "neutrons différés",constitue une des méthodes de détection des ruptures de gaine.

Remarques :

1- Le ralentissement des neutrons est destiné à améliorer le rendement de la mesure.

2- Cette technique met en évidence les ruptures ouvertes. En effet, les émetteurs de neutrons retardés ont des périodes courtes (de 1,6 s à 55s). Ils ne passent dans le sodium que si le transfert au travers de la gaine est très rapide, ce qui implique un contact intime de l'oxyde avec le fluide de refroidissement, donc une rupture ouverte.

V.1.2 - Prélèvement :

La mesure est effectuée sur un prélèvement continu de sodium, permettant ainsi d'obtenir un temps de réponse très court.

Les périodes courtes des émetteurs nécessitent une implantation des détecteurs proche des canalisations de sortie de la cuve afin de réduire le temps de transit.

V.1.3 - Détection :

Un bloc détecteur est constitué d'un volume où circule le sodium à analyser, entouré d'un milieu modérateur contenant les détecteurs de neutrons. Des protections sont mises en place :

Protection neutronique externe destinée à éviter le bruit de fond parasite dû aux neutrons ambiants.

Protection γ interne entre le sodium et le modérateur dont le but peut être variable suivant le type de détecteurs :

- éviter la détérioration des compteurs sous le flux γ émis par le sodium 24.
- éviter un comptage de γ à la place de neutrons.
- diminuer la réaction (γ,n) sur le Deutérium du modérateur, due à l'activité γ du sodium.
- assurer une protection biologique.

V.2 - Méthode de localisation - Sectorisation par D.N.D. :

Dans le cas du réacteur qui a servi de support expérimental pour ce travail, l'émission des neutrons retardés est décelée sur les deux boucles de refroidissement qui possèdent chacune un détecteur. Les positions respectives NORD et SUD des deux puits de détection sont déterminées par rapport à l'axe EST-OUEST du coeur (fig. 8).

V.2.1 - Bruit de fond :

En l'absence de rupture ouverte, la D.R.G. Sodium enregistre un bruit de fond qui est la somme de trois composantes :

- Le bruit de fond créé par la réaction (γ ,n) sur le modérateur des neutrons différés.
  Sa valeur maximale, faible, est atteinte après quelques jours d'irradiation lorsque le sodium 24 parvient à l'équilibre.
- Le bruit de fond des neutrons directs provenant du coeur. Il est proportionnel à la puissance.
- Le bruit de fond des neutrons retardés dû à la pollution en matière fissile du sodium et des structures. Il est proportionnel à la puissance.

Le bruit de fond global est caractérisé par une augmentation linéaire avec la puissance au démarrage du réacteur. Ensuite, il atteint un niveau stable et les fluctuations sont faibles.

V.2.2 - Signaux D.N.D. de rupture de gaine :

En situation de rupture de gaine, les signaux D.N.D. se présentent généralement sous deux types qui sont :

1- L'apparition de pics très brefs à puissance stable ou sur des transitoires de puissance, associés à des relâchements de gaz plus ou moins importants.
2- Des augmentations par paliers, à puissance stable ou après un cyclage, survenant souvent après des éjections brutales de produits de fission. Ces signaux continus sont considérés comme significatifs d'une rupture ouverte.

V.2.3 - Utilisation des signaux D.N.D. à la localisation d'une rupture de gaine :

Le principe retenu pour situer une rupture dans le coeur, basé sur la comparaison des signaux D.N.D. NORD et SUD est le suivant :

Le contraste obtenu en effectuant le rapport des augmentations respectives des comptages NORD et SUD (ou inversement) est représentatif de la position de la rupture dans le coeur.

Les informations recueillies à partir des pics D.N.D. sont sujettes à caution, le contraste correspondant pouvant être assez différent d'un pic à l'autre pour une même rupture.

Il dépend en effet de la vitesse d'éjection des produits de fission :

Si leur transfert est rapide, le milieu sera riche en émetteurs à vie courte, par contre, s'il est relativement lent, le milieu contiendra davantage d'émetteurs à vie longue ($T \simeq 1$ mn). Or, de par la décroissance radioactive de ces produits de fission, le temps de leur transit dans la cuve jusqu'au détecteur influence le contraste différemment, suivant la richesse ou la pauvreté du milieu en émetteurs à vies courtes.

Cela ne donne qu'une idée de la position de l'assemblage défectueux du type : rupture dans le 1/2 coeur NORD ou dans le 1/2 coeur SUD.

Par contre, le contraste obtenu à partir d'une émission D.N.D. continue varie peu dans le temps. C'est ce deuxième signal D.N.D. qui est utilisé pour la localisation de la rupture de gaine.

V.2.3.1. - Mesure du contraste

La fig.7 montre schématiquement les signaux continus des puits NORD et SUD avant et après l'apparition d'une rupture, le signal étant stabilisé.

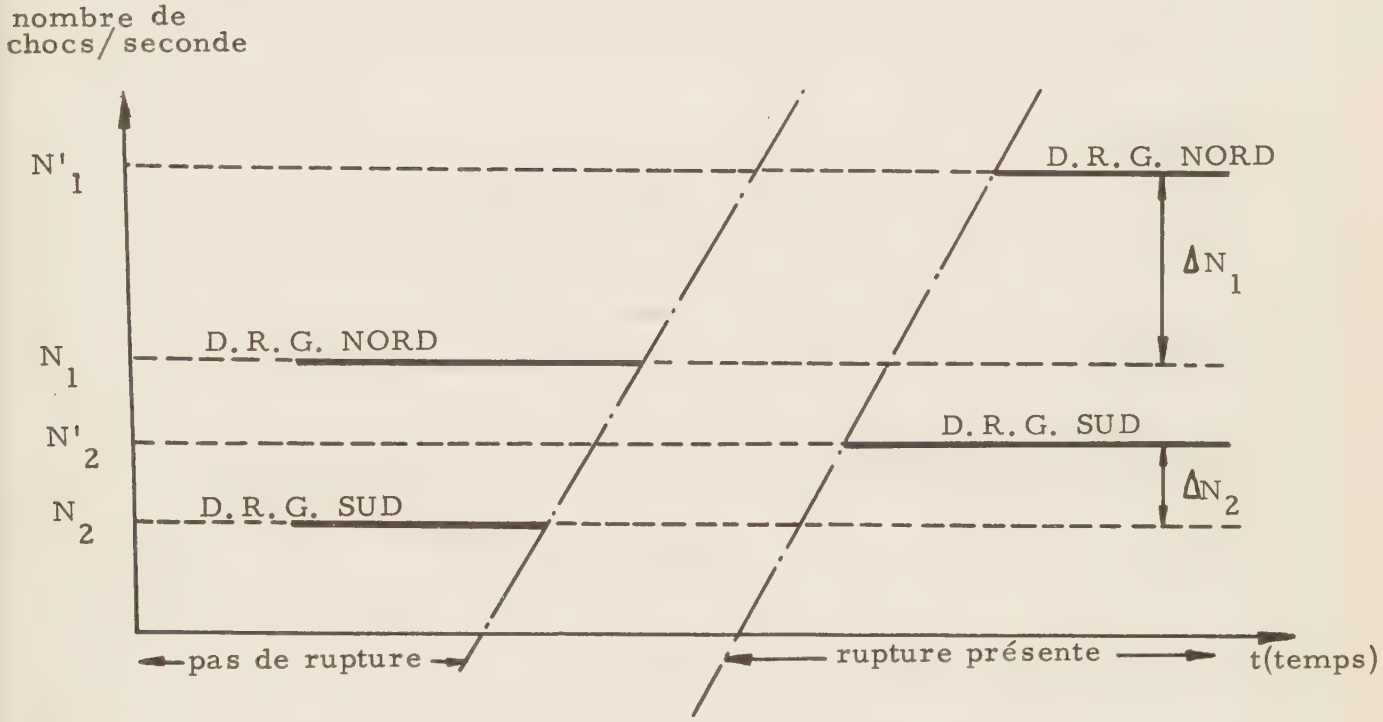


fig.7 : augmentation des signaux D.N.D. (émission continue) en présence d'une rupture de gaine.

Si l'on choisit arbitrairement le contraste NORD/SUD il s'obtient de la façon suivante :

$$C_{N/S} = \frac{N'_1 - N_1}{N'_2 - N_2} = \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2}$$

Remarque :

Les valeurs (N_1, N_2) et (N'_1, N'_2) doivent être utilisées dans les mêmes conditions de fonctionnement. Si l'apparition de la rupture et donc l'augmentation des bruits de fonds se produisent après une augmentation de la puissance du réacteur, l'établissement de la valeur du contraste doit s'effectuer après avoir rapporté les mesures (avant et après rupture) à la même puissance.

Exemple :

Puissance = P_1 - pas de rupture - $\begin{cases} \text{BdF NORD} = N_1 \\ \text{BdF SUD} = N_2 \end{cases}$

Puissance = P_2 - rupture - $\begin{cases} \text{BdF NORD} = N'_1 \\ \text{BdF SUD} = N'_2 \end{cases}$

Bruits de fond sans rupture rapportés à la puissance P_2 :

$$(N_1)_{P_2} = N_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} \qquad (N_2)_{P_2} = N_2 \cdot \frac{P_2}{P_1}$$

Le contraste vaut alors :

$$C_{N/S} = \frac{N'_1 - N_1 \cdot \frac{P_2}{P_1}}{N'_2 - N_2 \cdot \frac{P_2}{P_1}}$$

V.2.3.2 - Simulation des contrastes

Pour localiser la rupture, il a été nécessaire d'essayer de reproduire les contrastes réels que provoqueraient les éléments s'ils étaient défectueux en fonction de leur position dans le coeur, de façon à les comparer au contraste mesuré à partir des signaux D.N.D.

Cette simulation a pu être réalisée à partir d'essais hydrauliques sur maquette, de l'essai CALOT (5) concernant les contrastes obtenus avec une source D.N.D. constituée d'un barreau d'uranium placé successivement en trois positions de la couronne 03 du coeur du réacteur expérimental.

1. Essais hydrauliques (maquette à échelle 1/5 de la cuve du réacteur)

a) Principe :

La maquette est constituée d'une cuve à eau reproduisant les logements respectifs des assemblages du coeur. Pour une position donnée, la simulation d'une rupture, donc de l'émission et du cheminement des produits de fission, a été réalisée par injection d'eau chaude dans le logement correspondant. Les augmentations de températures recueillies aux points NORD et SUD de la maquette constituent les informations permettant d'établir le contraste.

b) Résultats :

Ils sont donnés par la fig. 8 analysée dans ce qui suit.

La technique employée ne permettait pas de tenir compte de la décroissance radioactive des émetteurs de neutrons retardés pendant leur transit de l'élément défectueux aux détecteurs. Il s'ensuit que les contrastes maquette sont plus faibles que ceux obtenus en réacteur pendant l'essai CALOT.

L'explication en est la suivante :

Pour une position donnée d'un assemblage non situé sur l'axe médian (EST-OUEST) du coeur, les produits de fission relâchés ne parviennent pas dans le même temps aux détecteurs. La décroissance radioactive des émetteurs de neutrons retardés transférés au puits de détection le plus proche est donc moins importante que celle des émetteurs transférés à

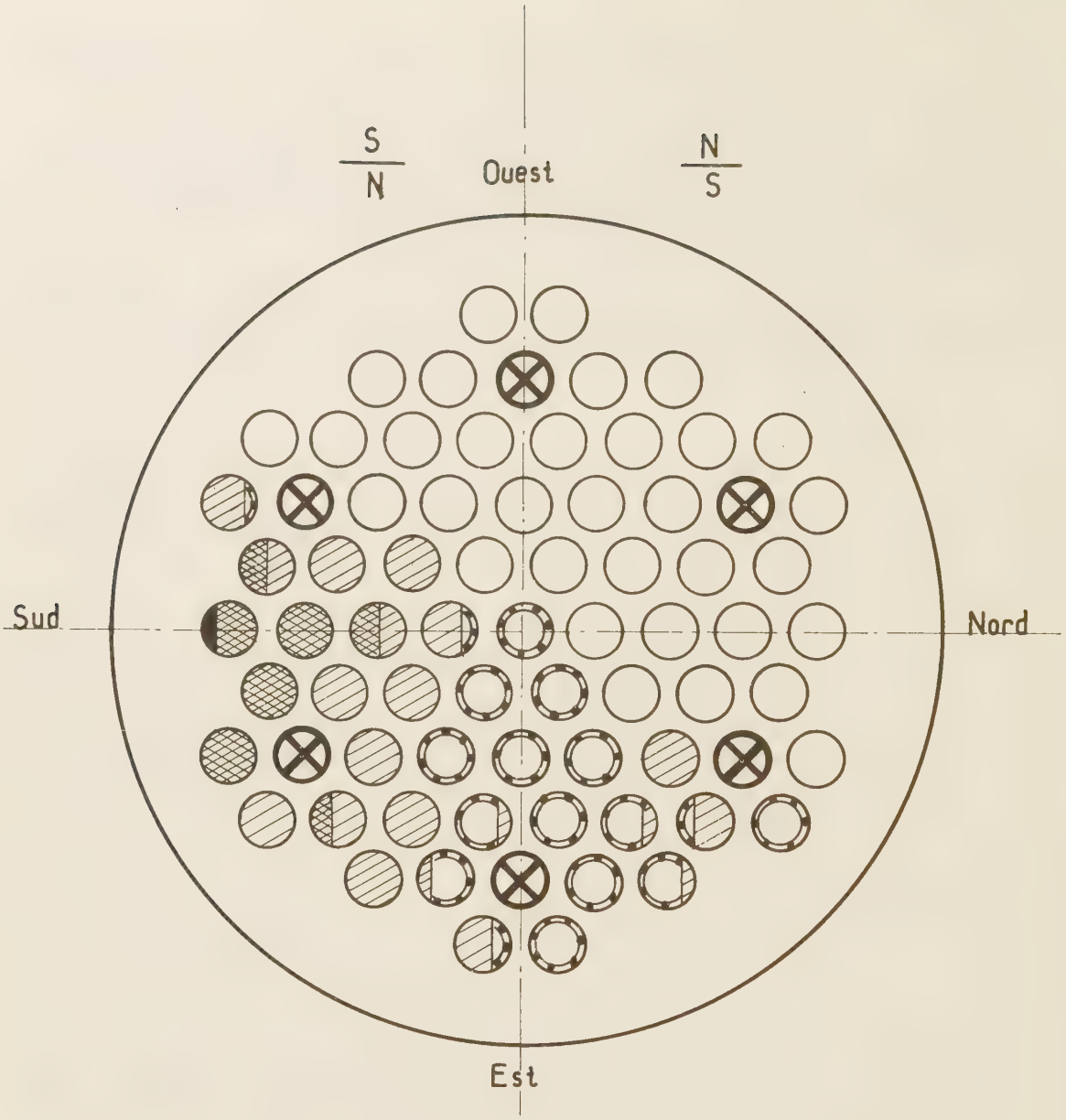


Fig.8 CONTRASTES MAQUETTE

1 à 1,5

1,5 à 3

3 à 5

> 5

Barres de controle

l'autre puits. Cette différence de pertes d'informations, fonction de la position de l'assemblage, implique que les contrastes mesurés en réacteur sont plus grands que ceux effectués par injection d'eau chaude.

Il n'est pas certain non plus que la maquette aît permis de réaliser une parfaite similitude de régime hydraulique.

Deux autres incertitudes viennent s'ajouter :

- Le fluide utilisé était de l'eau et non du sodium.
- Les barres de contrôles n'étaient pas simulées dans leur forme exacte.

De plus, seule la moitié des logements de la maquette a été testée.

Ces restrictions n'ont pu permettre d'obtenir des résultats précis, qui cependant restent en bon accord avec ceux de l'essai CALOT.

Pour un logement donné, le contraste correspondant est donné sous forme de fourchettes : (1 à 1, 5), (1, 5 à 3), etc..

Les valeurs obtenues pour chaque logement sont relativement dispersées à la suite :

- d'erreurs cumulées de mesures, celles-ci s'effectuant sur de très petites différences.
- de l'erreur introduite par la fluctuation du régime hydraulique de la maquette, difficile à stabiliser. Les mesures n'ayant pu être répétées suffisamment de fois pour chaque position, il n'a pas été possible de s'affranchir de cette erreur.

Certaines positions d'assemblages sont caractérisées par deux fourchettes de contraste. Elles sont représentées sur la fig. 8 par les cercles teintés de deux façons différentes. En effet, l'expérience a montré que parmi les injections d'eau chaude réalisées à partir d'un même logement, la majeure partie des valeurs mesurées se trouvait dans une fourchette de contrastes donnée et que certaines des valeurs appartenaient à une autre fourchette.

Exemple : Sur 5 injections, 4 ont abouti à la fourchette (1, 5 à 3) et une injection a déterminé une valeur appartenant à la fourchette (3 à 5).

On sait avec certitude que cette valeur n'est pas aberrante.

c) Carte complète des contrastes sur maquette :

On constate sur la carte de la fig. 8 quelques anomalies de contraste. La similitude avec le réacteur n'étant pas parfaite, nous n'en tiendrons pas compte dans l'extrapolation.

On constate également sur ce même schéma que nous n'obtenons pas une symétrie parfaite des contrastes par rapport à l'axe EST-OUEST et que, globalement, ils sont décalés dans le sens trigonométrique.

On peut penser que cela correspond à un mouvement de rotation d'ensemble de la masse de liquide dans le sens inverse. Cette interprétation pourrait expliquer d'autres phénomènes de ce type déjà observés sur des maquettes.

Cela nous conduit à effectuer une extrapolation en prenant l'axe vertical de la cuve (assemblage central) comme axe de symétrie.

La carte complète que nous obtenons est représentée par la fig. 9. L'échelle des contrastes s'étend approximativement de la valeur 1 à des valeurs supérieures à 5.

2. Essai CALOT (5) :

Les résultats sont les suivants :

POSITIONS DANS LE COEUR	CONTRASTES
(Référence : Axe EST-OUEST divisant le coeur en 1/2 coeur NORD et 1/2 coeur SUD)	
03 - 01 (position très proche de l'axe EST-OUEST. fig. 9)	1
03 - 05 et 03 - 14 (positions symétriques par rapport à l'axe EST-OUEST . fig. 9)	$\simeq$ 13

Il a été constaté à l'occasion de cet essai que pour un emplacement donné de la source, la valeur du contraste était influencée par des variations relatives de débit des boucles NORD et SUD ainsi que par le plan de chargement du coeur (assemblages spéciaux pouvant faire obstacle).

V.2.3.3 - Contrastes utilisés pour la localisation d'une rupture de gaine

Ces trois contrastes obtenus en réacteur, prenant en compte la décroissance radioactive des émetteurs de neutrons retardés, ont permis de recaler les résultats de la maquette hydraulique.

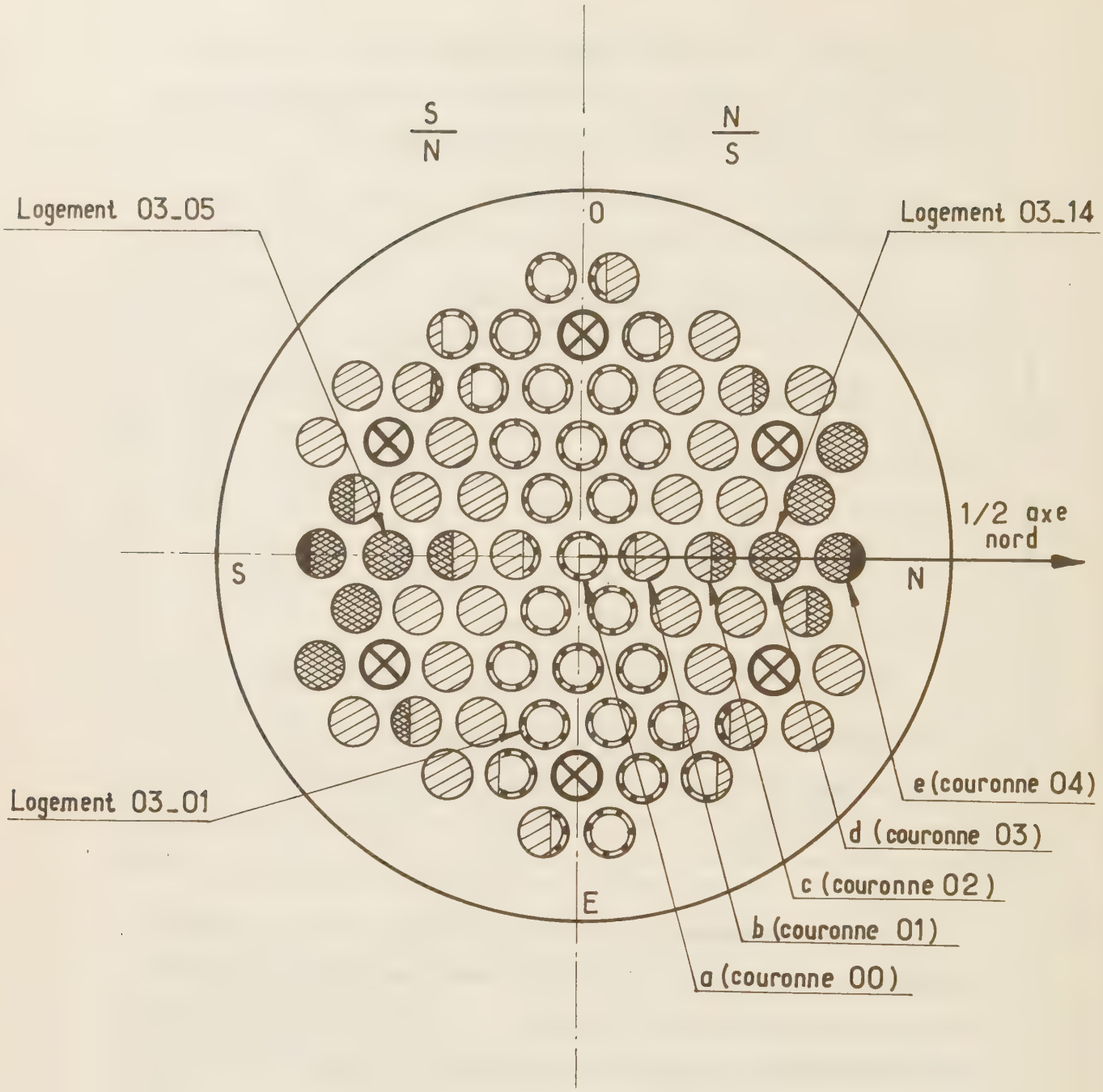


Fig_9 CONTRASTES D N D

(Résultats maquettes extrapolés)

Nous avons opéré de la façon suivante :

La valeur mesurée en position 03-01 du coeur nous permet de supposer raisonnablement que le contraste vaut 1 sur l'axe médian EST-OUEST du coeur. Les valeurs étant symétriques par rapport à l'assemblage central, nous disposons alors de deux contrastes réels pour le 1/2 axe NORD. Pour effectuer le recalage, nous prendrons donc comme référence les contrastes maquette de ce 1/2 axe de façon à établir une loi d'évolution des contrastes réels.

Définissons pour chaque assemblage du 1/2 axe NORD un contraste maquette moyen de la manière suivante :

Soit n, le nombre de mesures effectuées pour un logement donné de ce 1/2 axe

n_1 mesures ont déterminé un domaine de contraste compris entre C_1 et C_2

n_2 mesures ont déterminé un domaine variant de C_3 à C_4.

Le contraste maquette moyen pour cet assemblage sera :

$$C_M = \frac{n_1 \dfrac{C_1 + C_2}{2} + n_2 \dfrac{C_3 + C_4}{2}}{n_1 + n_2}$$

A partir des résultats d'expérience, on obtient pour les 5 assemblages du 1/2 axe :

- assemblage a, $C_M \simeq 1$
- assemblage b, $C_M \simeq 2$
- assemblage c, $C_M \simeq 3$
- assemblage d, $C_M \simeq 4$
- assemblage e, $C_M \simeq 5$

(numérotation correspondante fig. 9)

Les contrastes moyens étant sensiblement égaux aux valeurs annoncées ci-dessus, on constate qu'ils se répartissent quasiment sur une droite (fig. 10 - courbe (1)).

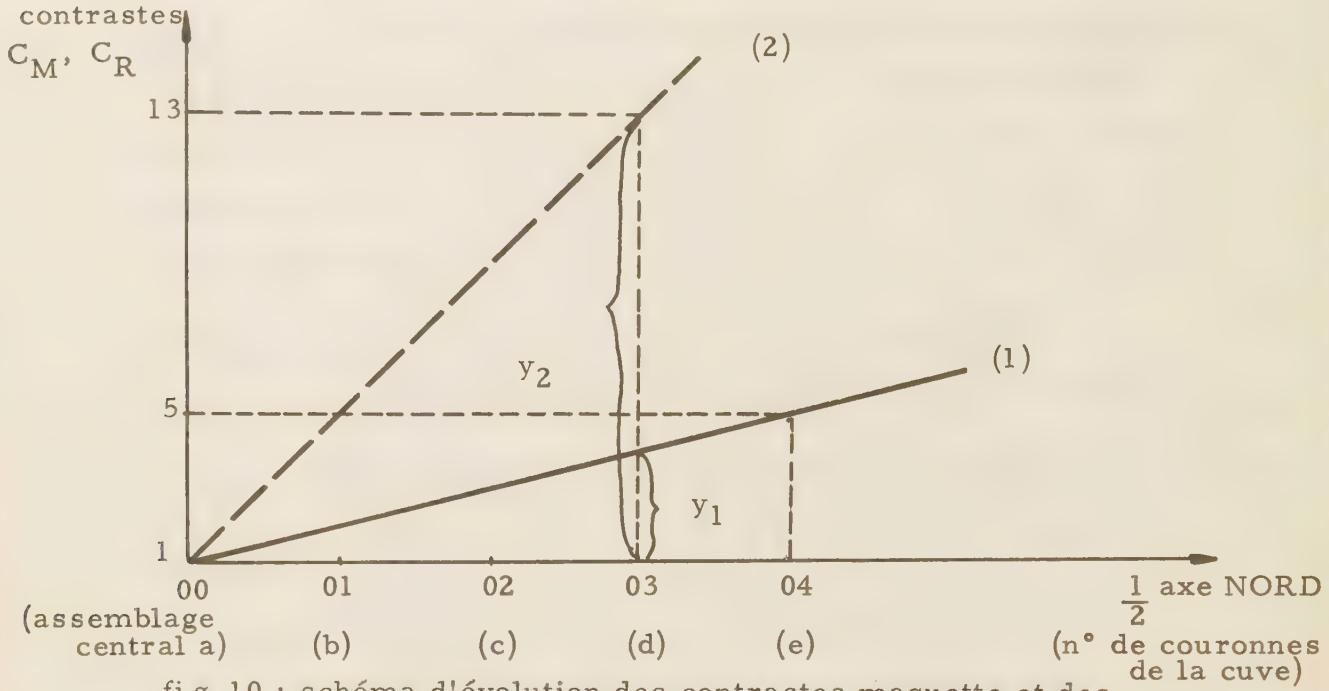


fig. 10 : schéma d'évolution des contrastes maquette et des contrastes réels.

Compte tenu de l'évolution des contrastes maquette, on peut penser que les contrastes réels suivent une loi analogue. On prendra la droite (2) (fig. 10) définie par les mesures 1 et 13 réalisées en réacteur.

On constate aisément que l'on passe des contrastes de (1) à ceux de (2) par une affinité de rapport $k = \frac{y_2}{y_1}$ dont la valeur numérique est : $k = \frac{12}{3} = 4$ (fig. 10).

Un contraste réacteur C_R s'obtient à partir de la valeur C_M correspondante par la relation :

$C_R - 1 = k\,(C_M - 1)$ soit :

$$C_R = 4\,C_M - 3$$

On admettra que pour tout le coeur, les contrastes C_R utilisées pour la localisation de la rupture de gaine seront donnés par cette formule.

V.3 - Procédé d'attribution des coefficients de rupture :

L'attribution s'effectue par comparaison des contrastes simulés C_R au contraste mesuré C_m en présence d'une rupture de gaine.

Il est clair que compte tenu des fluctuations de contrastes observés en maquette (pourcentage moyen de l'ordre de 15%), elle doit être souple afin d'éviter de trop différencier du point de vue coefficient de rupture des éléments de contrastes voisins.

Nous en tiendrons compte en choisissant pour modèle d'attribution une fonction symétrique du type gaussien.

$$p = a\, e^{-b\,(C_m - C_R)^2}$$

telle que :

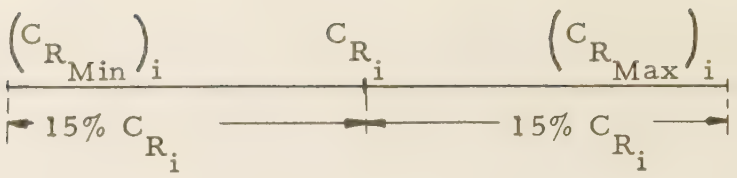
1) Pour $C_R = C_m \quad \Rightarrow \quad p = p_{max}$

2) L'ouverture η de cette fonction soit :

$$\eta = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (C_{R_{Max}})_i - (C_{R_{Min}})_i \right] + \Delta C_m$$

ΔC_m = incertitude du contraste mesuré en présence de la rupture de gaine de l'ordre de 20%

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (C_{R_{Max}})_i - (C_{R_{Min}})_i$ = valeur moyenne des domaines de contrastes réacteur des n assemblages simulés, ces domaines étant définis à partir du pourcentage moyen de fluctuation observé de la façon suivante :



La fonction d'attribution s'écrit alors :

$$p_4 = p_{max}\, e^{-\frac{(C_m - C_R)^2}{2\eta^2}}$$

On obtient la configuration suivante (fig. 11) :

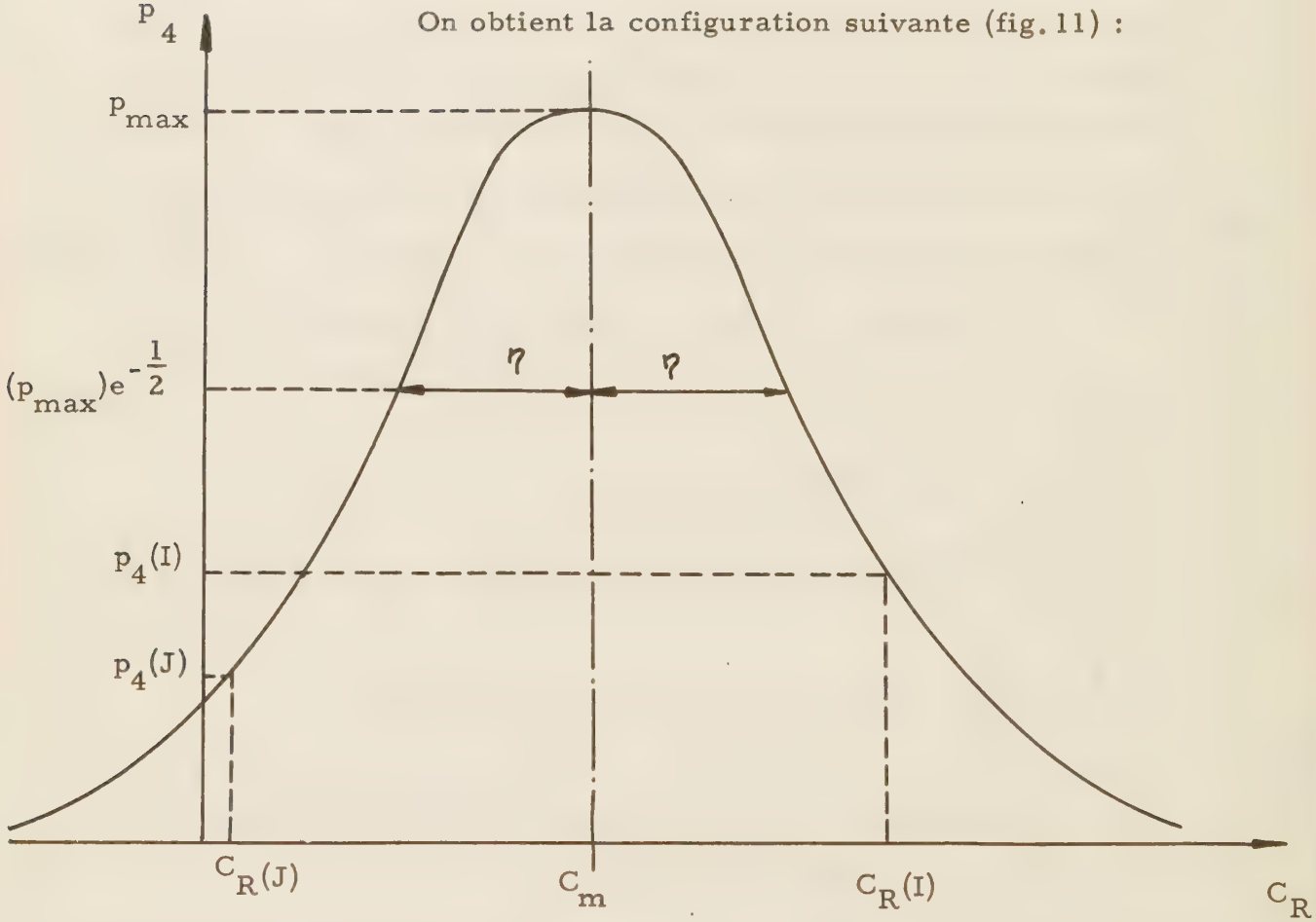


fig. 11 : schéma d'attribution des coefficients de rupture du critère n°4.

V.4 - Remarque générale sur la sectorisation hydraulique :

Compte tenu du peu de mesures effectuées en réacteur, il est évident que la localisation d'assemblages défectueux n'est pas encore pleinement opérationnelle. Les ruptures de gaine qui se produiront ultérieurement permettront de préciser davantage la carte de contrastes.

VI - LOCALISATION PAR MESURE DE L'AGE DE L'AIGUILLE ROMPUE

VI.1 - Principe :

En cas de rupture de gaine, la détermination de l'âge de l'aiguille défectueuse est basée sur la mesure du rapport de deux isotopes produits de fission relâchés dans l'argon de couverture.

L'un d'eux, parvenant rapidement à sa valeur d'équilibre, est présent en quantité connue dans la gaine, l'autre stable, se forme proportionnellement au nombre de jours d'irradiation subis.

Les coefficients de transfert respectifs de ces gaz entre le combustible et l'argon sont supposés identiques.

Le rapport est alors uniquement fonction du temps d'irradiation et permet de connaître l'âge de l'aiguille.

L'historique de chaque assemblage étant par ailleurs connu, on cherche à identifier la rupture par comparaison de cette mesure à une liste d'âges préalablement établie.

VI.2 - Méthode utilisant la mesure du rapport $\frac{Xe\ 134}{Xe\ 133}$ (6) :

Xe 133 : isotope de référence de période T = 5,27 jours, rapidement à l'équilibre.

Xe 134 : isotope stable.

Le rapport mesuré est celui des concentrations de ces deux gaz dans la couverture d'argon. Elles sont respectivement :

$$C\ (Xe\ 133) = V\ (Xe\ 133) \times k \times \frac{1}{V}$$

$$C\ (Xe\ 134) = V\ (Xe\ 134) \times k \times \frac{1}{V}$$

avec : V (Xe 133) = volume constant de Xe 133 formé à l'équilibre dans le combustible = k_1

V (Xe 134) = volume de Xe 134 formé dans le combustible au moment de la rupture = $k_2 \tau$ (τ = temps d'irradiation)

k = coefficient de transfert global des gaz de fission du combustible jusqu'à l'argon supposé égal pour le Xe 133 et le Xe 134

V = volume de la couverture d'argon.

La mesure s'effectue au spectromètre de masse après pré-concentration avec un facteur d'enrichissement f_e.

Le rapport mesuré en cas de rupture de gaine est donc :

$$Q_m = \frac{f_e \times k_2 \tau \times k \times \frac{1}{V}}{f_e \times k_1 \times k \times \frac{1}{V}} = K \tau$$

Les constantes k_1 et k_2 étant connues, on peut donc déterminer τ.

Remarque 1 :

La méthode utilise ici le Xe 134. Elle peut évidemment prendre en compte tout autre gaz stable notamment les Xénons 131, 132 et 136.

Remarque 2 :

Il est important de noter que la mesure n'est valable que sur le premier relâchement de gaz, c'est-à-dire tant que l'information âge n'est pas perturbée.
En effet, même si l'on suppose que le Xe 133 atteigne de nouveau rapidement sa valeur d'équilibre après la première bouffée, le nombre d'atomes de Xe 134 reformé ne sera plus représentatif de l'âge.

Le rapport mesuré sur les fractions de Xe 133 et Xe 134 relâchés la deuxième fois n'aura plus de signification quant à la détermination du temps d'irradiation subi par l'aiguille défectueuse.

VI. 3 - Recherche de l'assemblage défectueux lorsque le Xe 133 n'est pas à l'équilibre :

La méthode exposée au paragraphe précédent demande que le Xe 133 soit à l'équilibre. Cela présente un inconvénient car elle peut devenir inapplicable en début d'irradiation et pendant des phases transitoires de fonctionnement.

Cette difficulté peut être levée de la façon suivante :

La connaissance de l'historique d'irradiation permet de calculer à tout instant les nombres d'atomes de Xe 133 et de Xe 134 présents dans les aiguilles. Il est alors possible d'établir un rapport théorique pour chaque assemblage que l'on comparera au rapport mesuré lors de l'apparition de la rupture.

VI. 3. 1 - Rappel : Calcul du nombre d'atomes d'un corps de période T existants dans une aiguille après un temps t de fonctionnement du réacteur à la puissance P :

Soit N ce nombre d'atomes. Durant l'intervalle dt il s'en forme : $dN_1 = \rho F dt$

avec :
- ρ = rendement de fission du combustible pour le corps donné.
- F = nombre de fissions par seconde créées dans l'aiguille à la puissance P du réacteur, fonction du logement d'irradiation de l'assemblage considéré.

Il s'en détruit : $dN_2 = -\lambda N\, dt$.

avec : $\lambda = \frac{0,693}{T}$ = constante radioactive du corps donné.

La variation est donc : $dN = dN_1 + dN_2 = (\rho F - \lambda N)\, dt$

On obtient l'équation différentielle : $\frac{dN}{dt} + \lambda N - \rho F = 0$

dont la résolution donne :

$$N = \frac{\rho F}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

A l'équilibre on a $N_\infty = \frac{\rho F}{\lambda}$.

VI. 3. 2 - Calcul de N pour un fonctionnement quelconque du réacteur :

Soit un schéma de fonctionnement théorique donné par la fig. 12

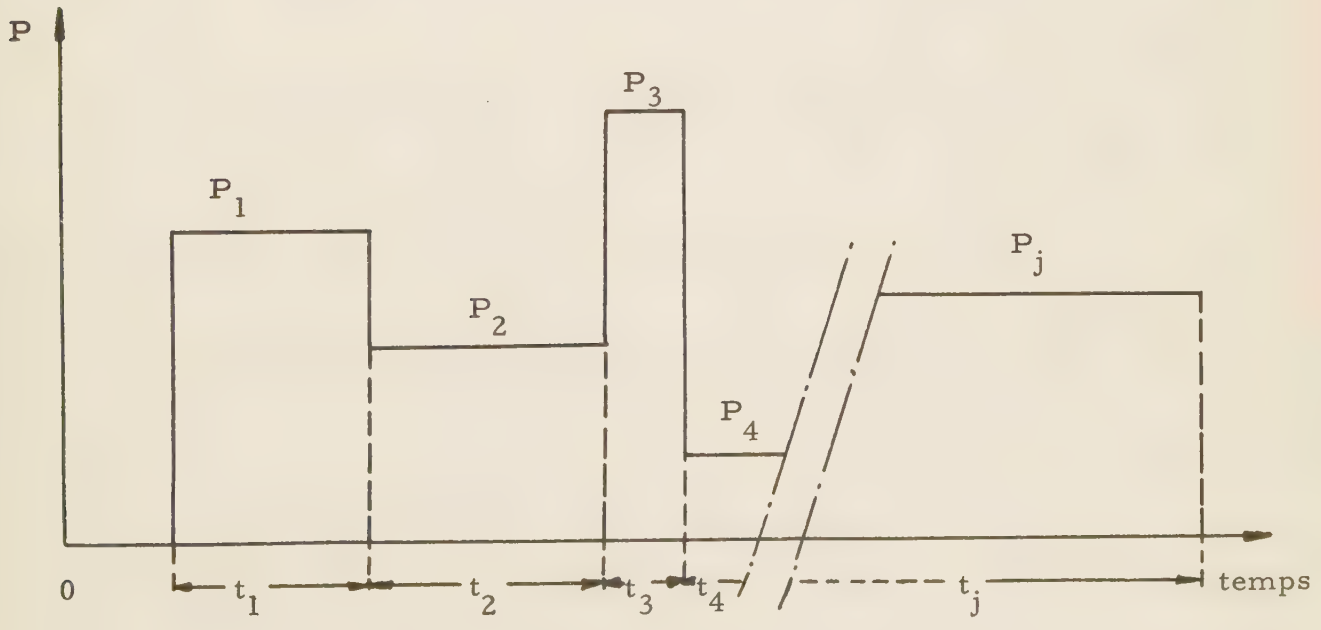


fig. 12 : exemple de fonctionnement du réacteur.

Le paragraphe VI. 3. 1 permet d'écrire :

a) Pour un temps de fonctionnement t_1 à la puissance P_1 :

$$N = \frac{\rho F_1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_1})$$

b) Pour la période (t_1, P_1), (t_2, P_2) des atomes vont disparaître par décroissance radioactive, d'autres vont se former tel que l'on aît après un temps $t = t_1 + t_2$:

$$N = \frac{\rho F_1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} + \frac{\rho F_2}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2})$$

c) Pour la période (t_1, P_1), (t_2, P_2), (t_3, P_3) :

$$N = \frac{\rho F_1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda (t_2 + t_3)} + \frac{\rho F_2}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) e^{-\lambda t_3} + \frac{\rho F_3}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_3})$$

Ces relations montrent que pour une période quelconque $(t_1, P_1), \ldots\ldots, (t_j, P_j)$ on obtient :

$$N = \frac{\rho}{\lambda} \sum_{i=1}^{j} F_i (1 - e^{-\lambda t_i}) e^{-\lambda \sum_{k=i+1}^{j} t_k}$$

VI. 3. 3 - Calcul du rapport théorique $(\frac{\text{Xe 134}}{\text{Xe 133}})$ d'une aiguille d'un assemblage donné :

Supposons que la rupture se produise au bout d'une période $(t_1, P_1) \ldots\ldots (t_j, P_j)$.

Appelons :

ρ_3 = rendement de fission du combustible en Xe 133

ρ_4 = " " " " Xe 134

λ_3 = constante radioactive du Xe 133

λ_4 = " " " Xe 134

Nombre d'atomes de Xe 133 présents au moment de la rupture :

$$N_3 = \frac{\rho_3}{\lambda_3} \sum_{i=1}^{j} F_i \left(1 - e^{-\lambda_3 t_i}\right) e^{-\lambda_3 \sum_{k=i+1}^{j} t_k}$$

Nombre d'atomes de Xe 134 formés dans les mêmes conditions :

Le Xe 134 étant stable on a :

$$N_4 = \rho_4 \sum_{i=1}^{j} F_i t_i$$

Le rapport théorique étant le rapport des volumes on a :

$$Q_{th} = \frac{V_4}{V_3} = \frac{N_4 \times \frac{M_4}{6,02\ 10^{23}} \times \frac{1}{d_4}}{N_3 \times \frac{M_3}{6,02\ 10^{23}} \times \frac{1}{d_3}}$$

M_3, M_4 = masses molaires des gaz

d_3, d_4 = masses volumiques des gaz

Or $d_3 \simeq d_4 \quad \Rightarrow \quad Q_{th} \simeq \frac{N_4 \cdot M_4}{N_3 \cdot M_3}$

Soit finalement :

$$Q_{th} = \frac{M_4}{M_3} \cdot \frac{\rho_4}{\rho_3} \cdot \lambda_3 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{j} F_i t_i}{\sum_{i=1}^{j} F_i (1 - e^{-\lambda_3 t_i}) e^{-\lambda_3 \sum_{k=i+1}^{j} t_k}}$$

VI.4 - Facteurs d'incertitude de la méthode :

1- Incertitude connue : c'est celle de la mesure qui s'effectue avec une précision de l'ordre de 10%.

2- Incertitudes non connues : Elles sont dues :

a) au bruit de fond pouvant provenir de l'émission de ruptures de gaine antérieures.

b) aux coefficients de transfert :

Les obstacles que doivent franchir les gaz pour parvenir dans l'argon de couverture sont le combustible, la gaine et le sodium.

Comme on ne connaît pas précisément les coefficients de transfert en valeur absolue, qui de toute façon ne sont pas identiques d'une rupture à l'autre, on admet pour mesurer l'âge de l'aiguille défectueuse qu'ils sont égaux pour les deux isotopes considérés du Xénon.

En fait, ils sont probablement les mêmes pour les barrières gaine et sodium, mais sont certainement différents pour la barrière combustible. L'explication en est la suivante :

- Au facteur de rétention près identique pour chaque gaz (Annexe I paragraphe I. 3. 3. b), ces coefficients dépendent de la migration des isotopes à l'intérieur du combustible, précédant leur libération dans l'aiguille. Le retard de sortie qui s'ensuit identique pour tous les Xénons provoque la disparition d'une fraction des atomes de Xe 133 par décroissance radioactive. Le Xe 134, stable, n'est pas affecté.
Cette perte d'atomes introduit évidemment une incertitude, mais, comme parmi les gaz instables formés le Xe 133 est du point de vue transfert celui qui se rapproche le plus des stables, on s'en accommode pour la mesure de l'âge sur un réacteur expérimental. Ultérieurement il pourrait être nécessaire de fixer un facteur de correction des coefficients de transfert pour d'autres centrales.

Il est à noter que l'on retrouve pour cette méthode les mêmes limites d'utilisation que pour les marqueurs. Par exemple, des ruptures quasi-simultanées entraînent un mélange des informations transmises dans l'argon; une rupture peut relâcher les gaz par faibles fractions non détectables.

Un autre obstacle représenté fig. 13 et explicité ci-après peut mettre ce procédé en défaut.

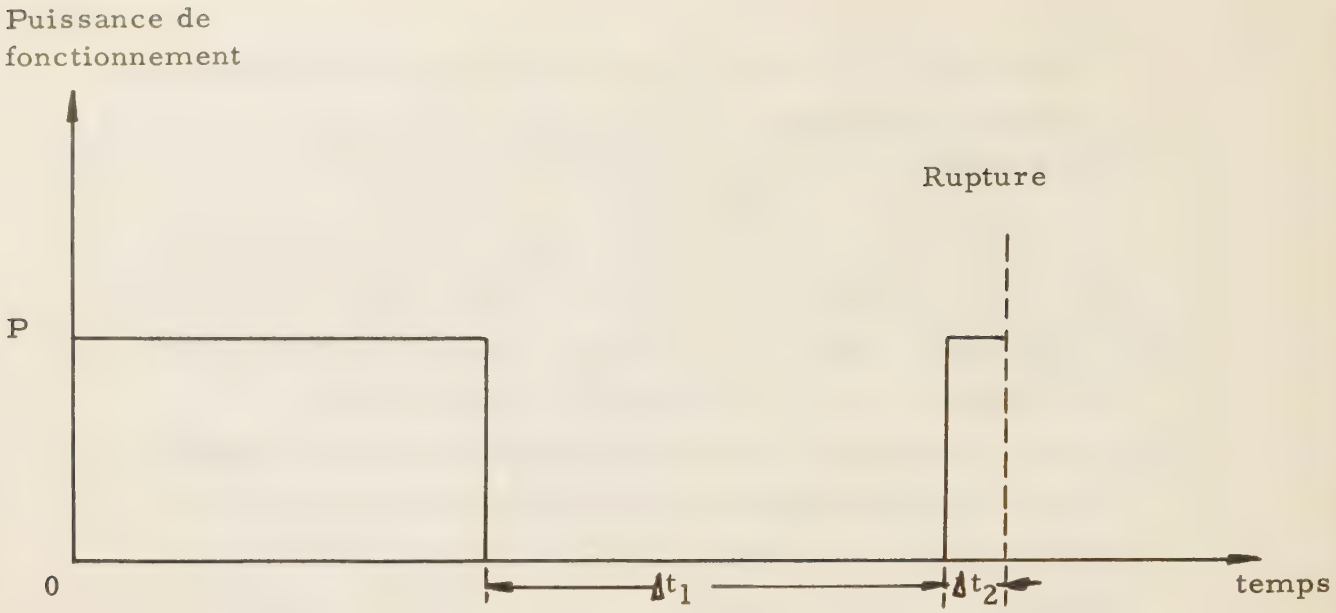


fig. 13 : rupture apparaissant après un démarrage consécutif à un arrêt prolongé du réacteur.

Après une période de fonctionnement donnée, on peut être amené à arrêter le réacteur pendant un temps Δt_1 relativement long. Le nombre d'atomes de Xe 133 restants est alors très petit. Le redémarrage effectué, une rupture survient dans un intervalle de temps Δt_2 très court. Le nombre d'atomes de Xe 133 produits est peu important. On n'est pas en mesure de l'estimer compte tenu de l'imprécision sur le moment d'apparition de la rupture par rapport à la vitesse de formation du gaz. Il n'est pas possible d'utiliser le rapport car on ne sait pas ce qu'il représente : la contribution du Xe 133 est-elle celle due aux atomes restants ou aux atomes formés ?

VI. 5 - Conséquence de l'incertitude globale sur la localisation :

Bien qu'il soit difficile de chiffrer globalement les différents facteurs évoqués, la localisation de la rupture impose d'estimer quantitativement l'incertitude qu'il faut affecter au rapport mesuré.

Il est admis qu'elle est approximativement de l'ordre de 30%.

Or, pour une même erreur relative, l'erreur absolue est d'autant plus grande que l'assemblage est plus vieux. Si la mesure révèle que l'aiguille défectueuse est jeune, le nombre d'éléments à incriminer est relativement restreint. Par contre, dans le cas d'une aiguille âgée, le nombre d'assemblages suspects devient important.

L'aspect le plus intéressant de la méthode concerne donc, actuellement, la localisation des ruptures d'aiguilles relativement jeunes. Il est probable que dans un avenir proche on puisse effectuer une correction du coefficient de transfert du Xe 133 et donc un rétrécissement du domaine d'incertitude. La restriction concernant l'âge perdrait alors beaucoup de sa valeur.

VI. 6 - Attribution des coefficients de rupture :

Le Xe 133 n'étant pas forcément à l'équilibre lors de l'apparition de la rupture, elle s'effectuera dans tous les cas par comparaison des rapports théoriques établis au rapport mesuré.

On dispose :

1) du rapport Q_m et de son incertitude globale ΔQ_m

2) des rapports théoriques des N assemblages du coeur, soit :

- assemblage n°1 : $Q_{th}(1)$
  " " "
  " " "
- assemblage n°I : $Q_{th}(I)$
  " " "
  " " "
- assemblage n°N : $Q_{th}(N)$

L'estimation de l'incertitude n'étant qu'approximative, l'attribution des coefficients s'effectuera très souplement par l'intermédiaire d'une fonction symétrique du type déjà envisagé :

$$p = a\, e^{-b\,(Q_m - Q_{th})^2}$$

en admettant :

- d'une part que la valeur mesurée Q_m est la valeur la plus probable du domaine $(Q_m - \Delta Q_m,\ Q_m + \Delta Q_m)$. Le coefficient de rupture attribué à un assemblage de rapport $Q_{th} = Q_m$ est alors $p = p_{max}$.
- d'autre part que pour un rapport théorique s'écartant de cette valeur mesurée Q_m d'une quantité $\pm \Delta Q_m$ le coefficient de rupture doit être faible mais non nul. Le coefficient choisi est :

$$p = \frac{p_{max}}{5} .$$

Ces deux conditions permettent d'écrire pour l'assemblage courant n°I de rapport théorique $Q_{th}(I)$:

$$p_5 = p_{max} \cdot e^{-\frac{\ln 5}{(\Delta Q_m)^2}\left[\, Q_m - Q_{th}(I) \,\right]^2}$$

La figure 14 donne la représentation graphique de ce procédé d'attribution.

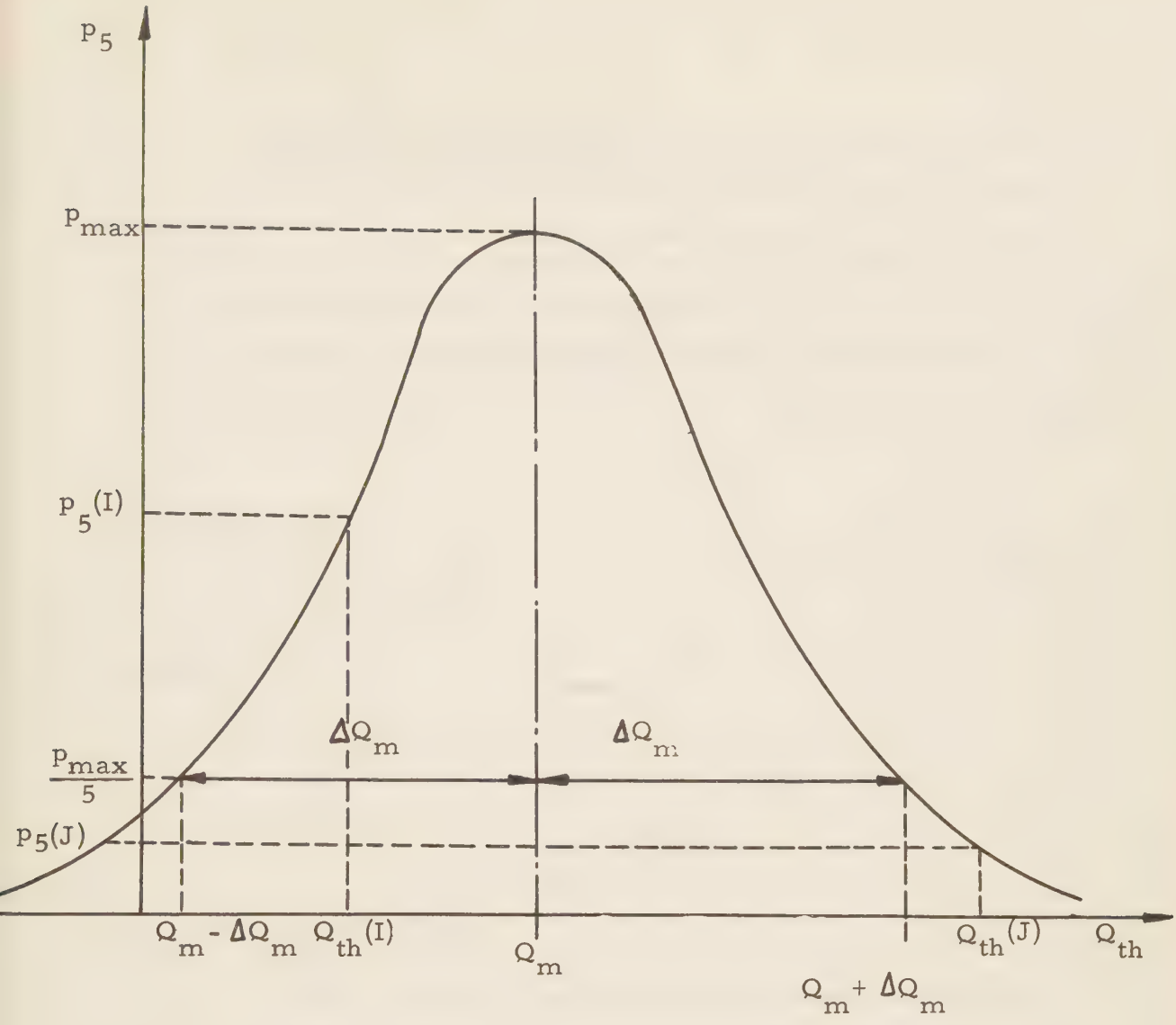


fig. 14 : schéma d'attribution des coefficients de rupture du critère n°5

Remarque :

La valeur $\frac{p_{max}}{5}$ est évidemment susceptible de modifications compte tenu des expériences futures de mesures d'âge.

VII - CONCLUSION SUR LE PROCESSUS DE LOCALISATION

L'application de l'ensemble des critères permet donc finalement d'aboutir à un classement des assemblages suivant un ordre décroissant de culpabilité du type de celui que représente la fig. 15

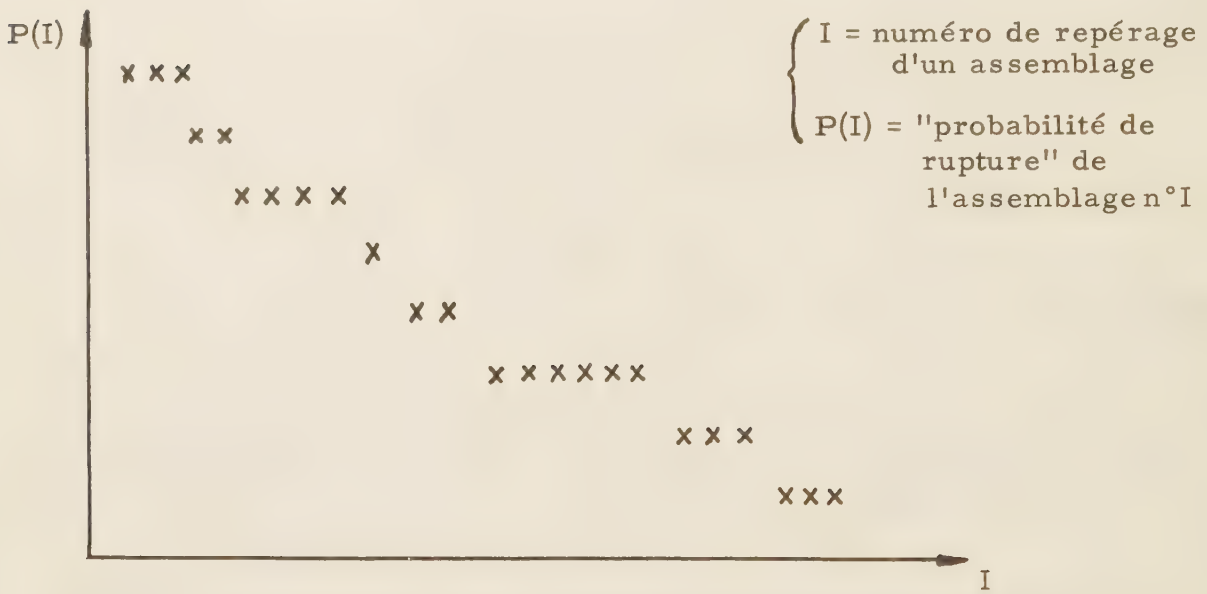


fig. 15 : courbe globale de "probabilités de rupture" des assemblages.

Cette orientation de la recherche du coupable étant effectuée, il faut extraire la rupture du coeur du réacteur.

Or, même si cette courbe de coefficients s'avère aussi proche que possible de la réalité et que l'on puisse donc supposer à juste titre que l'assemblage défectueux se situe parmi les éléments les plus fortement incriminés, il subsiste toujours un doute quant à son identification exacte.

La technique d'extraction exigeant du temps de réacteur, le choix du nombre d'éléments à retirer jusqu'à la sortie effective du coupable ne doit donc pas s'effectuer de façon quelconque.

Ce problème d'optimisation du déchargement des assemblages fait l'objet du travail que nous proposons dans la suite de ce mémoire.

°

° °

DEUXIEME PARTIE

OPTIMISATION DU COUT D'EXTRACTION D'UNE RUPTURE DE GAINE D'UN REACTEUR A NEUTRONS RAPIDES

I - CHANGEMENT DE NOTATION :

1 - Rappel :

Nous avons jusqu'à présent utilisé les notations suivantes pour les probabilités attribuées aux assemblages :

- p_i (I) : probabilité de rupture attribuée par le critère C_i à l'assemblage n°I.
- P (I) : probabilité de rupture attribuée après application des n critères à l'assemblage n°I.

2 - Pour une raison de commodité d'écriture des fonctions que nous utilisons dans ce qui suit, la probabilité globale P (I) aura pour nouvelle notation p_i , i désignant la position de l'assemblage courant dans le classement de culpabilité établi.

II - PROCEDE ET COUT DE RECHERCHE D'UNE RUPTURE DE GAINE -

Connaissant la courbe $p_i = f(i)$ la recherche de la rupture s'effectuera en commençant par les assemblages les plus probablement fautifs.

II.1 - Procédé de recherche d'une rupture :

La présence dans le coeur d'une rupture ouverte est repérée par la D.R.G. Na (détection de rupture de gaine effectuée dans le circuit sodium) sous forme d'un signal D.N.D. (détection des neutrons différés).

On effectue alors les opérations suivantes :

1- Arrêt du fonctionnement du réacteur (arrêt contrôlée, arrêt d'urgence ...).
2- Mise en situation de manutention.
3- Extraction d'un groupe d'éléments et remplacement de ceux-ci par des éléments neufs.
4- Mise en situation de fonctionnement.
5- Montée en puissance.

On observe après ces manipulations le signal D.N.D. Deux cas sont possibles :

1- Le signal est encore présent : la même série d'opérations est reprise sur un autre groupe d'assemblages.
2- Disparition du signal : la rupture a été extraite du coeur. On peut reprendre le fonctionnement normal.

II.2 - Coût de l'extraction d'un groupe de n éléments du coeur :

L'arrêt de fonctionnement du réacteur et la mise en situation de manutention, de durée notée $\beta\alpha$, correspondent environ à 24 heures pour le réacteur expérimental.

Le temps d'extraction et de remplacement du groupe d'éléments est proportionnel au nombre n d'éléments de ce groupe.

L'ensemble de la mise en situation de fonctionnement et de la remontée en puissance a la même durée que la première phase.

Le coût de l'opération est la somme de deux coûts constants égaux et d'un coût proportionnel au nombre d'éléments du groupe.

- Notations :

α = coût d'extraction et de remplacement d'un assemblage pris comme unité de coût.

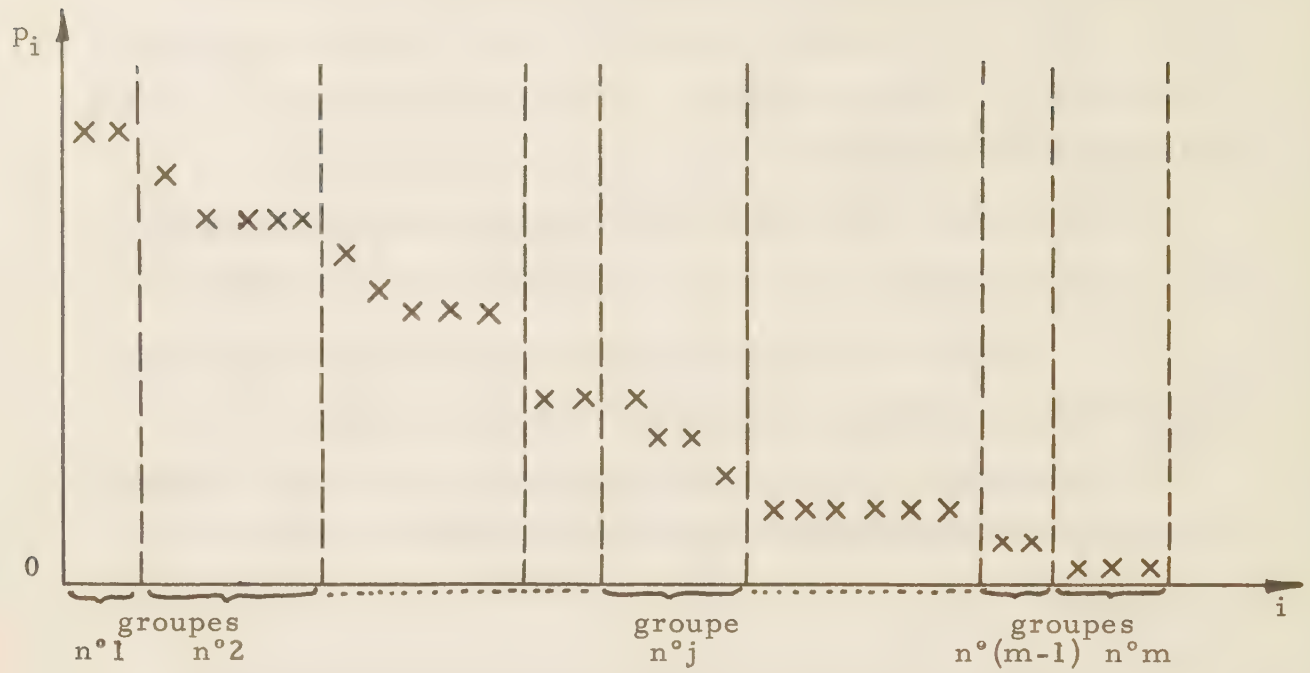
C = coût de l'opération.

On obtient : $C = \beta\alpha + n\alpha + \beta\alpha = (K+n)\alpha$

II.3 - Coût d'extraction de l'assemblage fautif pour un découpage arbitraire de la courbe de probabilités de rupture en m groupes d'éléments :

La recherche de la rupture s'effectuant par extractions successives de groupes d'éléments jusqu'à la réussite de l'opération, nous allons préalablement estimer le coût d'un tel procédé pour un découpage arbitraire de la courbe de probabilités de rupture.

On obtient la configuration suivante :



- Notations :

n_j = nombre d'assemblages du groupe n°j.

C_j = coût de la manipulation d'extraction du groupe n° j seul.

$$C_j = (K + n_j)\ \alpha$$

$P(n_j)$ = probabilité de trouver le fautif dans le groupe n° j.

On admet pour hypothèse l'existence d'une seule rupture.

Le théorème des probabilités totales implique alors :

$$P(n_j) = \sum_{n_j} p_i$$

II.3.1 - Estimation du coût :

Les opérations d'extraction ne s'effectuant sucessivement que dans le sens des probabilités décroissantes, le coût sera avec les notations précédentes :

(C_1) si l'assemblage fautif est dans le groupe n°1

$(C_1 + C_2)$ si l'assemblage fautif est dans le groupe n°2

$(C_1 + C_2 + C_3)$ si l'assemblage fautif est dans le groupe n°3

" " " "

" " " "

$(C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_j)$ si l'assemblage fautif est dans le groupe n°j

" " " " "

" " " " "

$(C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_j + \ldots + C_m)$ si l'assemblage fautif est dans le groupe n°m

Or :

l'assemblage fautif est dans le groupe n°1 avec la probabilité $P(n_1)$, dans le groupe n°2 avec la probabilité $P(n_2), \ldots,$ dans le groupe n°m avec la probabilité $P(n_m)$.

L'espérance mathématique du coût est donc :

$$E(c) = C_1 . P(n_1) + (C_1+C_2)P(n_2) + (C_1+C_2+C_3)P(n_3)$$
$$+ \ldots. + (C_1+C_2+C_3+\ldots+C_j)\, P(n_j) + \ldots. + (C_1+C_2+C_3$$
$$+ \ldots. + C_j + \ldots. + C_m)P(n_m)$$

Soit en posant $E'(c) = \frac{E(c)}{\alpha}$ et en remplaçant les C_j par leur expression :

$$E'(c) = (K+n_1)P(n_1) + \left[2K+(n_1+n_2)\right]\, P(n_2) + \left[3K+(n_1+n_2+n_3)\right] P(n_3)$$
$$+ \ldots. + \left(mK + \sum_{j=1}^{m} n_j\right) P(n_m)$$

II.3.2 - Remarque : Explication concrète de l'espérance mathématique du coût : Cf. Annexe II paragraphe I.

III - OPTIMISATION DU COUT MOYEN E(c) :

Le problème consiste à déterminer le nombre optimal m de groupes à effectuer sur le coeur, et les nombres optimaux n_i d'assemblages à introduire dans ces groupes de telle sorte que l'espérance mathématique du coût de sortie de la rupture de gaine soit minimale.

Les informations dont on dispose sont :

N = nombre d'éléments fissiles du coeur

n_j = nombre d'éléments du groupe courant n°j est au moins égal à 1

m = nombre de groupes est :

- au moins égal à 1 : sortie complète du coeur
- au plus égal à N : sortie des assemblages 1 par 1

- En résumé :

Le problème complètement posé est alors :

Trouver les valeurs m, $(n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots, n_m)$ qui rendent minimale la fonction discrète :

$$E'(c) = (K+n_1)P(n_1) + \left[2K+(n_1+n_2)\right] P(n_2) + \left[3K+(n_1+n_2+n_3)\right] P(n_3)$$

$$+ \ldots\ldots + \left(mK + \sum_{j=1}^{m} n_j\right) P(n_m)$$

Compte tenu des relations :

$n_j \geqslant 1$ quel que soit j appartenant à $(1, 2, \ldots, m)$

$$\sum_{j=1}^{m} n_j = N$$

$1 \leqslant m \leqslant N$

n_j, m, N appartiennent aux entiers naturels.

- Remarque :

Pour l'application on admettra comme hypothèse que l'on dispose d'autant d'éléments de remplacement que l'on désire, c'est-à-dire que l'on n'imposera pas de contrainte du type :

$$\begin{cases} n_j \leqslant n_s \\ n_s = \text{nombre maximum d'éléments en réserve} \end{cases}$$

III.1 - Essai de résolution par énumération directe :

La relation $1 \leqslant m \leqslant N$ montre que la résolution peut s'effectuer de la manière suivante :
Pour une valeur de m fixée, on cherche le minimum correspondant de la fonction $E'(c)$. Appelons A_p le minimum de $E'(c)$ pour $m = p$.
Le nombre de groupes m pouvant prendre toutes les valeurs entières comprises entre 1 et N, la solution cherchée est alors :

$$\min \left[E'(c) \right] = \min \left\{ A_1, A_2, \ldots, A_p, \ldots, A_N \right\}$$

Il vient à l'esprit que l'on peut essayer de trouver chacune des valeurs $A_1, A_2, \ldots, A_N$ en énumérant directement tous les cas possibles.

- Exemple :

Pour calculer A_p, les valeurs $n_1, n_2, \ldots, n_p$ prendraient successivement toutes les valeurs autorisées par les relations précédentes, c'est-à-dire que l'on aurait à établir un tableau du type suivant :

n_p	n_{p-1}	n_{p-2}		n_3	n_2	n_1
1	1	1	.....	1	1	N-(p-1)
1	1	1	.....	1	2	N - p
1	1	1	.....	1	3	N- p-1
"	"	"	.....	"	"	"
1	1	1	.....	1	N-(p-1)	1
1	1	1	.....	2	1	N - p
1	1	1	.....	2	2	N - p - 1
"	"	"	.....	"	"	"
1	1	1	.....	2	N - p	1
"	"	"	.....	"	"	"
"	"	"	.....	"	"	"
N-(p-1)	1	1	.....	1	1	1

En effet, on peut prendre N = 60 assemblages fissiles pour un réacteur expérimental, N = 120 assemblages fissiles pour un réacteur prototype. Cela laisse à penser qu'un ordinateur de taille moyenne permettrait de résoudre aisément le problème.
Nous allons montrer que cela n'est pas possible.

III.1.2 - Démonstration :

III.1.2.1 - Calcul du nombre de répartitions possibles des N éléments :

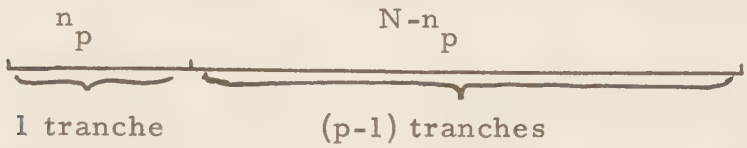
Appelons $L_p(N)$ le nombre de répartitions possibles de N éléments en p groupes avec :

$$\sum_{j=1}^{p} n_j = N$$

$$n_j \geq 1 \quad \forall \; j \in (1,2,\ldots\ldots,p)$$

$L_p(N)$ représente le nombre de lignes du tableau précédent, donc le nombre de sommes de p termes du type E' (c) qu'il est nécessaire de calculer.

Si l'on place n_p éléments dans la p-ième tranche il reste $N-n_p$ éléments à répartir dans les (p-1) tranches restantes.



Pour chaque valeur de n_p il y a $L_{p-1}(N-n_p)$ répartitions possibles de $(N-n_p)$ éléments en (p-1) tranches.

Le nombre n_p peut varier de 1 à N-(p-1), cette dernière valeur étant obtenue lorsque $n_1 = n_2 = \ldots\ldots = n_{p-1} = 1$.

On obtient donc la relation de récurrence :

$$L_p(N) = \sum_{n_p=1}^{N-(p-1)} L_{p-1}(N-n_p)$$

Le développement des calculs (cf. Annexe IIparagraphe II) montre que $L_p(N)$ est égal au nombre de combinaisons réalisées avec N-1 objets pris p-1 à p-1.

$$L_p(N) = C_{N-1}^{p-1} = \frac{(N-1)\,!}{(p-1)\,!\;(N-p)\,!}$$

Pour résoudre complètement le problème il faut calculer $L_1(N),\ L_2(N),\ldots\ldots,L_N(N)$

Le nombre total de sommes à calculer est donc :

$$L(N) = \sum_{p=1}^{N} L_p(N) = C_{N-1}^{0} + C_{N-1}^{1} + \ldots\ldots + C_{N-1}^{N-1}$$

Or le développement du binôme $(x+a)^n$ est :

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot a^k \cdot x^{n-k}$$

Pour x = a = 1 on obtient :

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n = 2^n$$

$$\Longrightarrow \quad L(N) = 2^{N-1}$$

- Remarque :

Les "puissances de 10" et la croissance exponentielle étant plus imagées, effectuons les transformations suivantes :

1) $2^{N-1} = 10^x$

$x = \log 2 \cdot (N-1) \simeq 0,3(N-1)$

2) $2^{N-1} = e^{(N-1)\ln 2} \simeq e^{0,7\,(N-1)}$

- Soit :

$$L(N) = 2^{N-1} \simeq 10^{0,3(N-1)} \simeq e^{0,7\,(N-1)}$$

L(N) = nombre total de sommes à calculer pour trouver min (E'(c)).

III.1.2.2 - Application numérique

1 - Réacteur expérimental :

N ≃ 60 assemblages, $L(60) = 10^{0,3 \times 59} \simeq 10^{17}$ sommes

2 - Réacteur prototype :

N ≃ 120 assemblages, $L(120) = 10^{0,3 \times 119} \simeq 10^{35}$ sommes

- Remarque :

$L_p(N)$, $L(N)$ représentent le nombre de sommes qu'il est nécessaire de calculer. Cela ne présage pas du nombre de calculs supplémentaires de chaque terme des sommes ni de la recherche de la somme minimum. L(N) n'est qu'une borne inférieure du nombre réel de calculs à effectuer sur ordinateur.

III.1.2.3 - Cas pratique : temps de calcul correspondant à $L_{20}(60)$ et $L_{20}(120)$:

Un essai a été effectué sur un ordinateur IBM 360/91 qui est actuellement l'un des plus rapides. Il a été effectué environ 10^3 sommes de 20 termes (p=20) par seconde en langage FORTRAN, chaque terme de la somme étant l'expression la plus simple possible : un entier naturel. La possibilité théorique de calcul en un an est donc de :

$$10^3 \times (3600 \times 24 \times 365) \simeq 3,1.10^{10} \text{ sommes de 20 termes}$$

- Temps de calcul :

1) Réacteur expérimental : Le nombre de sommes de 20 termes à calculer est :

$$L_{20}(60) = \frac{59\,!}{40\,!\;19\,!} \simeq \frac{1,4.10^{80}}{8,2.10^{47} \times 1,2.10^{17}} \simeq 1,4.10^{15}$$

Une borne inférieure du temps de calcul sera :

$$t(20,60) = \frac{1,4.10^{15}}{3,1.10^{10}} = 4,5.10^4 \text{ ans}$$

2) Réacteur prototype : Le nombre de sommes de 20 termes est :

$$L_{20}(120) = \frac{119\,!}{100\,!\;19\,!} = \frac{100\,! \times 101 \times \ldots \times 119}{100\,!\;19\,!}$$

$$L_{20}(120) > \frac{10^{38}}{19\,!} \simeq 8,2.10^{20}$$

Une borne inférieure du temps de calcul sera :

$$t\,(20,\ 120) \simeq \frac{8,2.10^{20}}{3,1.10^{10}} \simeq 2,6.10^{10} \text{ ans} = 26 \text{ milliards d'années.}$$

- Conclusion :

Même pour une application pratique à des réacteurs de faible valeur de N (réacteur expérimental), une telle méthode ne peut aboutir à aucun résultat concret.

III.2 - Méthode récurrente :

La fonction à minimiser peut s'écrire :

$$E'(c) = u_1\,(n_1,\ n_1) + u_2\,(n_1+n_2, n_2) + u_3\,(n_1+n_2+n_3, n_3)$$

$$+ \ldots + u_m\,(n_1+n_2+n_3+\ldots+n_m, n_m)$$

terme courant : $u_j = (jK + \sum_{i=1}^{j} n_i)\ .\ P\,(n_j)$

- Remarque sur la forme de E'(c) :

Chaque terme de cette fonction ne dépend pas d'une manière quelconque des valeurs n_i affectées aux termes précédents. Il dépend de la somme des valeurs n_i affectées jusqu'à son rang et bien entendu de la valeur n_j qui lui est attribuée.

III.2.1 - Définition

Appelons $v_p(n)$ la valeur minimum que prend la somme des p premiers termes de la fonction E' (c) lorsqu'on répartit n éléments dans p tranches.

$$v_p(n) = \min \left[u_1(n_1, n_1) + u_2(n_1+n_2, n_2) + \ldots + u_p(n_1+n_2+\ldots+n_p, n_p) \right]$$

$$\begin{cases} n_j \geqslant 1 \quad \forall \quad j \quad \in \quad (1, 2, \ldots, p) \\ \\ \sum_{j=1}^{p} n_j = n \\ \\ p \leqslant n \leqslant N \end{cases}$$

- Remarque :

On ne donne aucune signification économique à $v_p(n)$. Il ne s'agit pour le moment que d'un calcul purement formel.

III.2.2 - Développement de $v_p(n)$. Exemples pour p=2, p=3, p=4 :

a) p = 2 :

$$v_2(n) = \min \left[u_1 (n_1, n_1) + u_2 (n_1 + n_2, n_2) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2 \geqslant 1 \\ \\ n_1 + n_2 = n \\ \\ 2 \leqslant n \leqslant N \end{cases}$$

Les contraintes exprimées ci-dessus montrent que n_1 varie de n-1 à 1 pendant que n_2 varie de 1 à n-1.

En développant les diverses possibilités, il vient que $v_2(n)$ est l'expression prenant la plus petite valeur numérique parmi les sommes de 2 termes écrites ci-après :

$$\begin{cases} u_2(n, 1) + u_1 (n-1, n-1) \\ u_2 (n, 2) + u_1 (n-2, n-2) \\ \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \\ \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \\ u_2 (n, n-2) + u_1 (2, 2) \\ u_2 (n, n-1) + u_1 (1, 1) \end{cases}$$

b) p = 3 :

$$v_3(n) = \min \left[u_1(n_1, n_1) + u_2(n_1 + n_2, n_2) + u_3(n_1 + n_2 + n_3, n_3) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2, n_3 \geqslant 1 \\ n_1 + n_2 + n_3 = n \\ 3 \leqslant n \leqslant N \end{cases}$$

Dans ce cas n_1, n_2, n_3 varient de 1 à n-2.
En écrivant de même toutes les possibilités, $v_3(n)$ est l'expression prenant la valeur minimum parmi les suivantes :

$$n_3 = 1 \begin{cases} u_3(n,1) + u_2(n-1,1) + u_1(n-2, n-2) \\ u_3(n,1) + u_2(n-1,2) + u_1(n-3, n-3) \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ u_3(n,1) + u_2(n-1, n-2) + u_1(1,1) \end{cases}$$

$$n_3 = 2 \begin{cases} u_3(n,2) + u_2(n-2,1) + u_1(n-3, n-3) \\ u_3(n,2) + u_2(n-2,2) + u_1(n-4, n-4) \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ u_3(n,2) + u_2(n-2, n-3) + u_1(1,1) \end{cases}$$

. . . . . .

$$n_3 = i \begin{cases} u_3(n,i) + u_2(n-i,1) + u_1(n-i-1, n-i-1) \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ u_3(n,i) + u_2(n-i,j) + u_1(n-i-j, n-i-j) \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ \quad " \qquad " \qquad " \qquad " \\ u_3(n,i) + u_2(n-i, n-i-1) + u_1(1,1) \end{cases}$$

. . . . . .

$$n_3 = n-2 \quad \left\{ u_3 (n, n-2) + u_2 (2,1) + u_1 (1,1) \right.$$

c) $\underline{p = 4}$:

$$v_4 (n) = \min \left[u_1 (n_1, n_1) + u_2 (n_1+n_2, n_2) + u_3 (n_1+n_2+n_3, n_3) + \right.$$

$$\left. + u_4 (n_1+n_2+n_3+n_4, n_4) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2, n_3, n_4 \geqslant 1 \\ n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n \\ 4 \leqslant n \leqslant N \end{cases}$$

De la même manière les expressions à considérer pour $v_4(n)$ sont :

$$u_4 (n,1) + u_3 (n-1,1) + u_2 (n-2,1) + u_1 (n-3, n-3),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\

III.2.3 - Remarque sur les exemples p = 3 et p = 4 :

a) p = 3 :

Parmi toutes les sommes écrites dans le développement, il apparaît clairement que des termes u_3 (qui sont les derniers de la somme des trois premiers termes de E' (c))sont communs à un certain nombre d'entre elles.

Cela s'explique par la remarque sur la forme de E'(c) faite au début du paragraphe III.2.

En effet u_3 s'écrit : $\left[3K + (n_1 + n_2 + n_3) \right] . P(n_3)$

soit : $u_3 = (3K + n) . P(n_3)$

Ne dépendant que de n et de n_3, ce terme, pour une valeur de n_3 donnée, est commun aux sommes sur lesquelles on n'effectue que les possibilités correspondant à $n_1 + n_2 = n - n_3$

b) p = 4 :

Même type d'observation.

III.2.4 - Raisonnement sur les exemples :

a) p = 3 :

Appelons s_i la valeur minimum de :

$$u_1(n_1, n_1) + u_2(n_1 + n_2, n_2) + u_3(n, n_3)$$

lorsque n_3 prend la valeur i (cf. développement correspondant).

On a : $u_3(n, i)$ = Constante, donc,

$$s_i = u_3(n,i) + \min \left[u_2(n_1 + n_2, n_2) + u_1(n_1, n_1) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2 \geqslant 1 \\ n_1 + n_2 = n-i \end{cases}$$

D'après la définition de v_p on a :

$$v_2(n-i) = \min \left[u_1 (n_1, n_1) + u_2 (n_1 + n_2, n_2) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2 \geqslant 1 \\ n_1 + n_2 = n-i \end{cases}$$

On obtient : $s_i = u_3 (n, i) + v_2 (n-i)$

Dans le développement des expressions n_3 varie de 1 à n-2

$$\Longrightarrow v_3 (n) = \min (s_1, s_2, \ldots, s_i, \ldots, s_{n-2})$$

C'est le minimum de $u_3 (n, n_3) + v_2 (n-n_3)$ lorsque n_3 varie de 1 à n-2 que l'on notera :

$$\begin{cases} v_3 (n) = \min \left[u_3 (n, n_3) + v_2 (n-n_3) \right] \\ 1 \leqslant n_3 \leqslant n-2 \end{cases}$$

b) <u>p = 4</u> :

Par un raisonnement analogue il vient :

$$\begin{cases} v_4 (n) = \min \left[u_4 (n, n_4) + v_3 (n-n_4) \right] \\ 1 \leqslant n_4 \leqslant n-3 \end{cases}$$

Pour s'en convaincre, il suffit de se reporter au développement correspondant à la recherche de $v_4 (n)$.

c) <u>Retour sur p = 2</u> :

Le développement correspondant à $v_2 (n)$ ne laisse pas apparaître d'une manière aussi nette le rôle de u_2, du fait qu'à

chaque valeur de $u_2 (n, n_2)$ ne correspond qu'un seul terme u_1. Pourtant, d'après la définition de $v_p (n)$ il est évident que $v_1 (x) = u_1 (x)$, d'où :

$$\begin{cases} v_2 (n) = \min \left[u_2 (n, n_2) + v_1 (n-n_2) \right] \\ 1 \leqslant n_2 \leqslant n-1 \end{cases}$$

III.2.5 - Raisonnement à un ordre p quelconque :

Ces exemples conduisent au raisonnement suivant :

a) - Allègement d'écriture :

Appelons $S_k (j)$ la somme des k premiers termes de E'(c) qui peut s'écrire sous la forme :

$$S_k (j) = u_k (j, n_k) + u_{k-1} (j-n_k, n_{k-1}) + \ldots + u_1 (n_1, n_1)$$

avec $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = j$

On peut donc écrire :

$$\begin{cases} v_k (j) = \min \left[S_k (j) \right] \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_k = j \end{cases}$$

b) Raisonnement pour $v_p (n)$:

D'après l'écriture précédente on a :

$$\begin{cases} v_p (n) = \min \left[S_p (n) \right] \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_p = n \end{cases}$$

En isolant le p-ième terme $u_p (n, n_p)$ de la somme $S_p (n)$, $v_p (n)$ peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{cases} v_p(n) = \min \left[u_p(n, n_p) + S_{p-1}(n-n_p) \right] \\ \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_p = n \end{cases}$$

Appelons s_i la valeur minimum de $u_p(n, n_p) + S_{p-1}(n-n_p)$ lorsque n_p prend la valeur i, n_1, n_2, ..., n_{p-1} prenant toutes les valeurs possibles satisfaisant aux contraintes.

$$\begin{cases} s_i = \min \left[u_p(n, i) + S_{p-1}(n-i) \right] \\ \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_{p-1} = n-i \end{cases}$$

D'après la remarque faite lors des exemples, le terme $u_p(n, n_p) = (pK + n) \cdot P(n_p)$ ne dépend que de n_p et de la somme n des éléments.

Donc pour $n_p = i$, $u_p(n, i)$ a une valeur constante. On peut donc écrire :

$$s_i = u_p(n, i) + \min \left[S_{p-1}(n-i) \right]$$

$$\begin{cases} n_1, n_2, \ldots, n_{p-1} \geqslant 1 \\ \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_{p-1} = n-i \end{cases}$$

La définition de $v_k(j)$ entraîne :

$$\begin{cases} v_{p-1}(n-i) = \min \left[S_{p-1}(n-i) \right] \\ \\ n_1 + n_2 + \ldots + n_{p-1} = n-i \end{cases}$$

$$\Rightarrow s_i = u_p(n, i) + v_{p-1}(n-i)$$

Le minimum $v_p(n)$ sera obtenu lorsque n_p aura pris toutes les valeurs entières possibles. Le domaine de variation de n_p est : $1 \leqslant n_p \leqslant n-(p-1)$, la borne supérieure étant obtenue lorsque $n_1, n_2, \ldots, n_{p-1} = 1$.

On a ainsi :

$$v_p(n) = \min \left[s_1, s_2, \ldots, s_i, \ldots, s_{n-(p-1)} \right]$$

Donc $v_p(n)$ est le minimum de l'expression $u_p(n, n_p) + v_{p-1}(n-n_p)$ lorsque n_p varie de 1 à n-(p-1). On notera :

$$v_p(n) = \min \left[u_p(n, n_p) + v_{p-1}(n-n_p) \right]$$

$$1 \leqslant n_p \leqslant n-(p-1)$$

c) Conclusion :

On obtient ainsi une relation récurrente permettant de trouver $v_p(n)$ connaissant $v_{p-1}(n-n_p)$. Le premier terme de la formule est également connu : $v_1(n) = u_1(n, n)$.

Donc, du point de vue formel, il est possible de calculer min $\left[E'(c) \right]$.

III.2.6 - Application au cas réel :

a) Coeur de réacteur de N assemblages fissiles :

On a n = N soit :

$$\begin{cases} v_p(N) = \min \left[u_p(N, n_p) + v_{p-1}(N-n_p) \right] \\ 1 \leqslant n_p \leqslant N - (p-1) \end{cases}$$

b) Signification économique de v_p (N) :

v_p (N) représente le coût moyen minimal de sortie de la rupture de gaine lorsque l'on répartit les N assemblages dans p groupes.

c) Obtention du minimum de la fonction E'(c) :

Le nombre p de groupes que l'on peut effectuer est tel que : $1 \leq p \leq N$

On cherche donc :

$$\min \left[E'(c) \right] . = \min \left[v_1 (N),\ v_2 (N), \ldots v_N (N) \right]$$

Définissons :

$$\begin{cases} h_p (N) = \min \left[h_{p-1} (N),\ v_p (N) \right] \\ \qquad\qquad 2 \leq p \leq N \\ h_1 (N) = v_1 (N) \end{cases}$$

On obtient :

$$\boxed{h_N (N) = \min \left[E'(c) \right]}$$

d) Signification économique de h_N (N) :

h_N (N) représente l'espérance mathématique minimale du coût de sortie de la rupture de gaine (coût moyen minimal de sortie), le "découpage" des N assemblages en groupes pouvant s'effectuer de N façons qui sont respectivement :

- découpage en 1 groupe (de N assemblages)

ou

en 2 groupes

"

"

"

ou

en p groupes

"

"

"

ou

en N groupes (de 1 assemblage)

Le nombre de répartitions possibles des N éléments pour un découpage en p groupes est alors donné par :

$$L_p(N) = C^{p-1}_{N-1}$$

IV - COMPARAISON DE LA METHODE RECURRENTE AVEC L'ENUMERATION DIRECTE DES REPARTITIONS POSSIBLES :

IV.1 - Calculs nécessaires à la méthode récurrente :

- Nous venons d'obtenir :

$$\begin{cases} v_p(N) = \min \left[u_p(N, n_p) + v_{p-1}(N-n_p) \right] \\ 1 \leqslant n_p \leqslant N-(p-1) \end{cases}$$

et nous voulons calculer $v_1(N)$, $v_2(N)$, ..., $v_N(N)$ pour aboutir à $h_N(N)$.

- Pour un rang p quelconque, n_p varie de 1 à N - (p-1) donc $v_p(N)$ nécessite de connaître $v_{p-1}(N-1), \ldots, v_{p-1}(p-1)$.

Soit pour chaque rang :

$v_1(N)$ nécessite de connaître $u_1(N)$

$v_2(N)$ " " $v_1(N-1), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, v_1(1)$

$v_3(N)$ " " $v_2(N-1), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, v_2(2)$

$v_4(N)$ " " $v_3(N-1), \ldots\ldots\ldots\ldots, v_3(3)$

$v_{N-1}(N)$ " " $v_{N-2}(N-1), v_{N-2}(N-2)$

$v_N(N)$ " " $v_{N-1}(N-1)$

L'ensemble des calculs à effectuer pour trouver le minimum cherché est donc :

$v_1(1), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, v_1(N)$

$v_2(2), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, v_2(N)$

$v_3(3), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, v_3(N)$

$v_{N-1}(N-1), v_{N-1}(N)$

$v_N(N)$

Pour p et n donnés, le calcul de $v_p(n)$ nécessite d'écrire n - (p-1) sommes de 2 termes.

Pour p donné n varie de p à N. On a ainsi :

$$\sum_{n=p}^{N} n - (p-1) \text{ sommes de 2 termes}$$

p varie de 1 à N.

Le nombre total de sommes de 2 termes qu'il a donc fallu calculer pour N éléments est :

$$S(N) = \sum_{p=1}^{N} \sum_{n=p}^{N} n-(p-1)$$

Le calcul de S(N) développé en Annexe II paragraphe III a pour résultat :

$$S(N) = \frac{N(N+1)(N+2)}{6} \quad \text{sommes de 2 termes}$$

IV.2 - Comparaison des deux méthodes :

a) premier avantage de la méthode récurrente :

- Réacteur expérimental : N = 60 assemblages

$$S(60) = \frac{60 \times 61 \times 62}{6} \simeq 4\ 10^{4} \text{ sommes de 2 termes}$$

L'énumération directe des possibilités aboutissait à $L(60) \simeq 10^{17}$ sommes dont la plupart ont plus de deux termes.

- Conclusion : La valeur numérique de S (60) est tout à fait raisonnable et montre que le calcul est possible.

b) deuxième avantage :

Transformons N en kN avec k nombre réel

$$\frac{S\,(kN)}{S(N)} = \frac{kN}{N} \cdot \frac{kN+1}{N+1} \cdot \frac{kN+2}{N+2}$$

$$\frac{S\,(kN)}{S(N)} = k \cdot \frac{(k-1)N + (N+1)}{N+1} \cdot \frac{(k-1)N + (N+2)}{N+2}$$

$$\frac{S\,kN)}{S\,(N)} = k \left[1 + (k-1)\frac{N}{N+1}\right]\left[1 + (k-1)\frac{N}{N+2}\right]$$

Dans les cas pratiques, N est toujours supérieur à 60.

Donc : $\frac{N}{N+1} \simeq \frac{N}{N+2} \simeq 1$

On obtient :

$$\boxed{\frac{S\,(kN)}{S(N)} \simeq k^3}$$

Exemple : Passage d'un réacteur expérimental à un réacteur prototype :

Le coefficient k est environ égal à 2. Le nombre de sommes à calculer sera multiplié par 8 ce qui est toujours acceptable.

Transformons également N en kN dans le cas de l'énumération directe :

$$\frac{L\,(kN)}{L(N)} = \frac{10^{0,3\,(kN-1)}}{10^{0,3\,(N-1)}} = 10^{0,3\,(k-1)\,N}$$

Exemple : Reprenons le même exemple que ci-dessus :

$$k = 2$$

$$\frac{L\,(120)}{L\,(60)} = 10^{18}$$

Le nombre de calculs est multiplié par 10^{18} lorsque le nombre d'assemblages double.

Cela veut dire que même si le calcul de L (60) sommes avait été possible, celui de L (120) sommes ne l'aurait pas été.

- Conclusion : Le deuxième avantage de la méthode récurrente est de permettre de continuer les calculs d'une manière raisonnable lorsque l'on passe d'un réacteur donné à un autre plus important.

V- REMARQUE SUR L'OPTIMISATION DE FONCTIONS :

Dans le cadre du problème précis qui nous intéresse, le raisonnement précédent a été obtenu à la suite d'une observation faite sur la forme de la fonction de coût qui est d'un type bien particulier.

On trouvera dans la littérature (11) une méthode plus générale d'optimisation de fonctions appelées "équations fonctionnelles", basée sur un principe dû au mathématicien R. E. BELLMAN dont l'énoncé est le suivant :

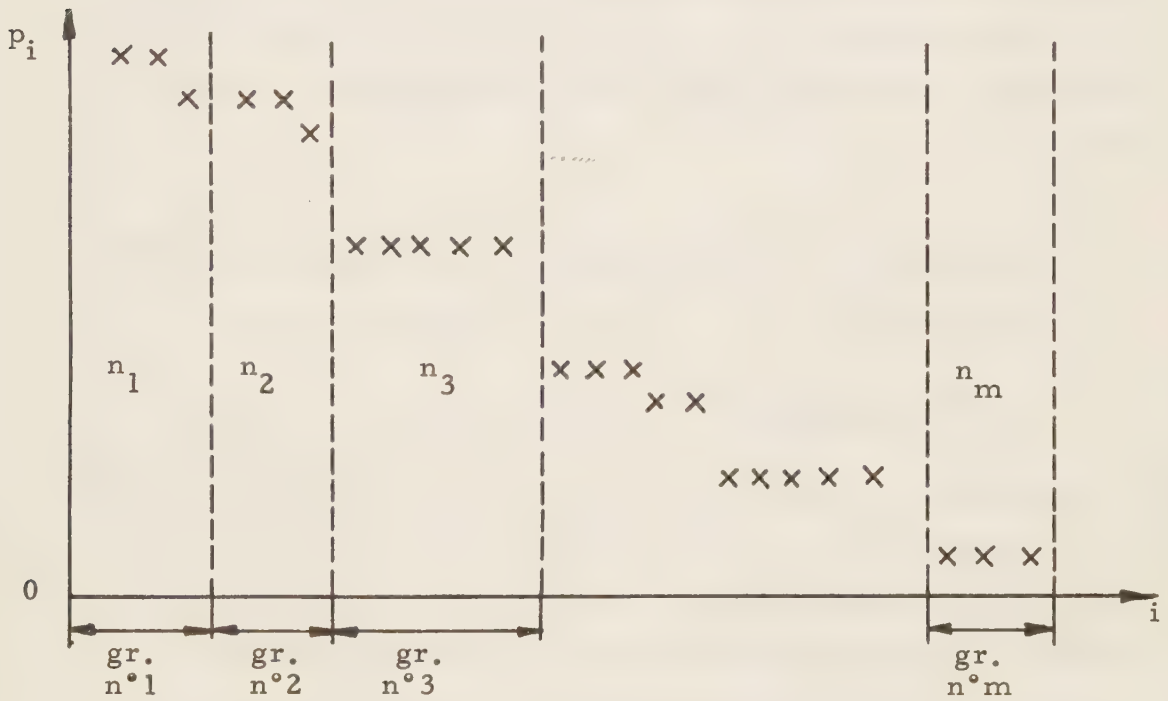
Principe d'optimalité : Une politique optimale est telle que, quels que soient l'état initial et la décision initiale, les décisions suivantes doivent constituer une politique optimale par rapport à l'état résultant de la première décision.

L'avantage de ce procédé est de s'appuyer sur un raisonnement tout à fait général pouvant s'appliquer à de nombreuses fonctions dont les variables ne prennent pas nécessairement des valeurs entières.

VI - OPTIMISATION A POSTERIORI DE LA POLITIQUE DE DECHARGEMENT :

VI.1 - Problème soulevé :

La fonction de coût donne après résolution un découpage optimal en m groupes composés respectivement de n_1, n_2, ..., n_m assemblages fissiles.
(cf. schéma ci-contre)



On effectue alors la première manipulation permettant d'extraire le groupe n°1. Il peut se produire le résultat suivant : le signal DND est toujours présent, donc la rupture de gaine ne se situe pas dans ce groupe.

Or, jusqu'à ce moment, nous avons établi l'espérance mathématique du coût de sortie de la rupture de gaine par un raisonnement a priori, c'est-à-dire en nous plaçant à une origine des temps antérieure au commencement des manipulations d'extraction des assemblages.

Maintenant nous savons que le premier remplacement d'éléments a abouti à un résultat négatif. Le procédé des "créneaux de puissance" permettant d'affirmer avec certitude l'absence ou la présence de la rupture de gaine, il est clair que les probabilités des assemblages restant à tester changent puisque désormais le fautif appartient aux $(N-n_1)$ éléments restants.

On doit donc se poser la question suivante :

A posteriori, sachant que la rupture ne se situe pas dans le groupe n°1, le découpage $(n_2, n_3, \ldots, n_m)$ obtenu sur l'ancienne courbe de probabilités (non modifiée par la nouvelle information) reste-t-il optimal ?

VI.2 - Modification de la fonction $p_i = f(i)$. Probabilités de rupture a posteriori :

VI.2.1 - Rappels de probabilité :

a) Evénements non indépendants : Deux événements A et B sont dits non indépendants lorsque l'arrivée de l'un dépend de l'existence préalable de l'autre.

b) Théorème des probabilités composées (conditionnelles)

Lorsqu'un événement est le résultat de deux événements A et B non indépendants successifs ou simultanés, sa probabilité est égale à celle de l'arrivée de A (respectivement B) multipliée par celle de l'arrivée de B (respectivement A) quand on sait que A (respectivement B) s'est déjà réalisé.

notation : $P(A.B) = P(B) \cdot P(A/B) = P(A) \cdot P(B/A)$

VI.2.2 - Application :

Evénement A : la rupture n'est pas dans le groupe n°1 :

noté $\bar{R}\ (g_1)$

Evénement B : le fautif est l'élément n°i ($i > n_1$)

- Remarque : A et B sont effectivement dépendants : A doit se produire pour que B se réalise.

- La probabilité de rupture a priori p_i de l'élément n°i calculé préalablement à l'optimisation de la fonction de coût n'est autre que la probabilité d'arrivée des événements A et B définis ci-dessus.

On peut donc écrire :

$$p_i = P\ \left[\ \text{élément n°i fautif} / \bar{R}(g_1)\ \right]\ .\ P\ \left[\ \bar{R}(g_1)\right]$$

avec : $P\ \left[\ \text{élément n°i fautif} / \bar{R}\ (g_1)\ \right]$ = probabilité de rupture a posteriori de l'élément n°i = p'_i

$$P\left[\ \bar{R}(g_1)\ \right] = 1 - \sum_{j=1}^{n_1} p_j = 1 - P(n_1)$$

On obtient donc la nouvelle probabilité de rupture d'un élément n°i quelconque appartenant aux $(N-n_1)$ éléments restants par :

$$p'_i = \frac{p_i}{1 - P(n_1)}$$

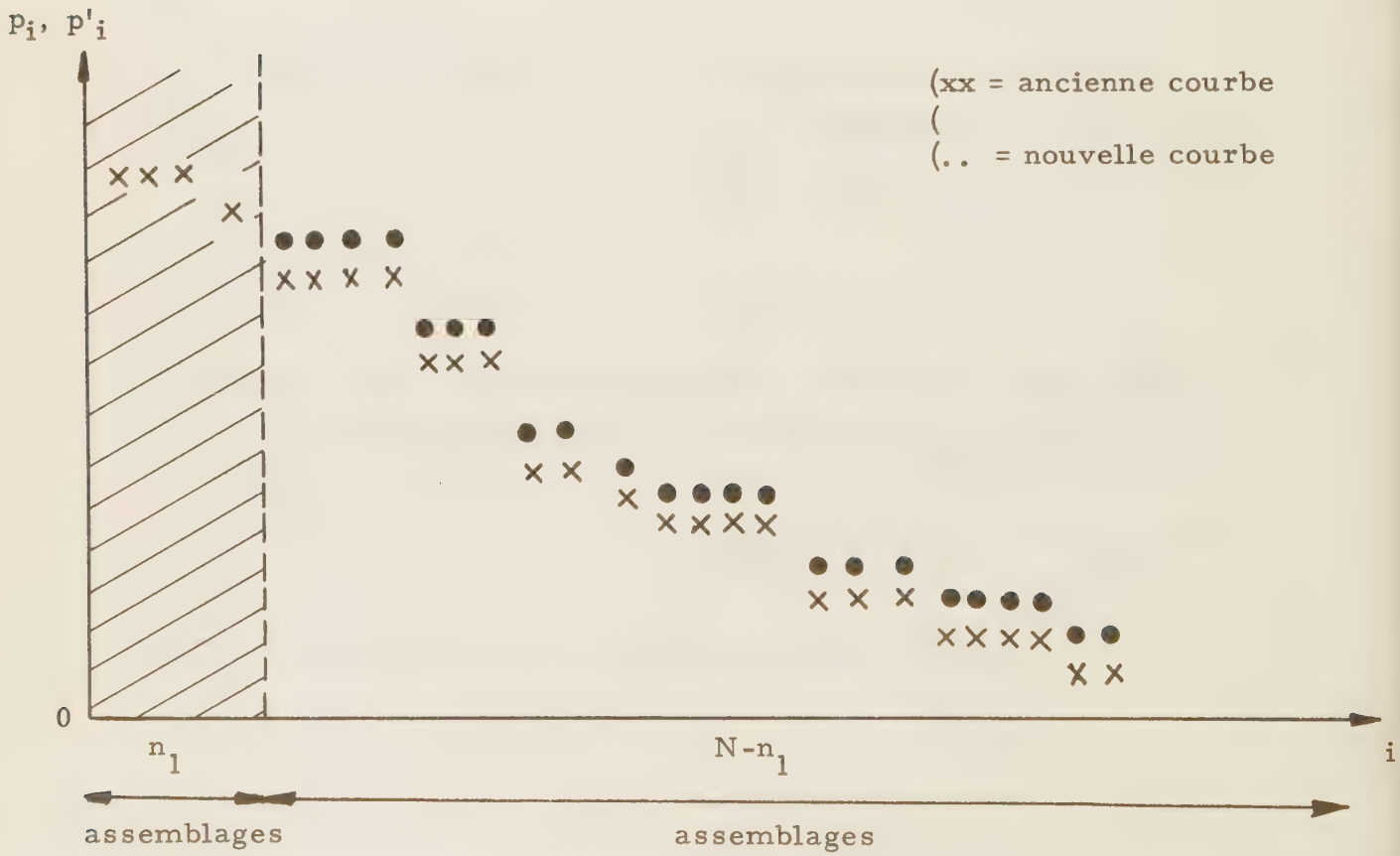
On constate bien que :

$$\sum_{i=n_1+1}^{N} p'_i = \frac{1}{1-P(n_1)} \sum_{i=n_1+1}^{N} p_i = \frac{1 - P(n_1)}{1 - P(n_1)} = 1$$

Cela traduit bien que la rupture ne peut se trouver que dans les $(N-n_1)$ éléments restants après l'échec de la manipulation n°1.

VI.2.3 - Nouvelle courbe de rupture :

L'ancienne courbe de probabilités de rupture est alors tronquée des n_1 premiers éléments et décalée vers les probabilités supérieures. (cf. schéma ci-contre)



- Modification de la courbe de probabilité -

VI. 3 - Evaluation a posteriori du coût moyen de sortie de la rupture de gaine :

- En reprenant les notations utilisées précédemment :

La manipulation n°1 a coûté $C_1 = (K + n_1) \alpha$

Pour un nouveau découpage arbitraire $(n'_2, n'_3, \ldots, n'_q)$ des $(N - n_1)$ assemblages restants, le coût total moyen sera :

$(C_1 + C'_2)$ si le "fautif" est dans le nouveau groupe n'_2
(correspondant au groupe n°1 du nouveau découpage)

$(C_1 + C'_2 + C'_3)$ " n'_3

" " "

" " "

" " "

$(C_1 + C'_2 + C'_3 + \ldots + C'_q)$ n'_q

Or l'assemblage fautif est dans le nouveau groupe n'_2 avec la probabilité :

$$P'(n'_2) = \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n'_2} p'_i = \frac{1}{1-P(n_1)} \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n'_2} p_i = \frac{P(n'_2)}{1-P(n_1)}$$

dans le groupe n'_3 avec la probabilité $P'(n'_3) = \dfrac{P(n'_3)}{1-P(n_1)}$

" "

" "

dans le groupe n'_q avec la probabilité $P'(n'_q) = \dfrac{P(n'_q)}{1-P(n_1)}$

L'espérance mathématique du coût s'écrit alors :

$$\frac{E\left[C/\bar{R}(g_1)\right]}{\alpha} = (C_1 + C'_2)P'(n'_2) + (C_1 + C'_2 + C'_3)P'(n'_3) + \ldots$$

$$+ \ldots + \left(C_1 + \sum_{k=2}^{q} C'_k \right) P'(n'_q)$$

Soit en isolant le terme constant C_1 :

$$\frac{E\left[C/\bar{R}(g_1)\right]}{\alpha} = C_1 + \frac{1}{1-P(n_1)} \left[C'_2 P(n'_2) + (C'_2 + C'_3) P(n'_3) + \ldots \right.$$

$$\left. + \ldots + \left(\sum_{k=2}^{q} C'_k \right) P(n'_q) \right]$$

Après remplacement de C_1 et des C'_j par leur valeur nous cherchons donc :

$$\min \left\{ \frac{E\left[C/\bar{R}(g_1)\right]}{\alpha} \right\} = (K+n_1) + \frac{1}{1-P(n_1)} \min \left\{ (K+n'_2)P(n'_2) \right.$$

$$\left. + \left[2K + (n'_2 + n'_3)\right] P(n'_3) + \ldots + \left[(q-1)K + (N-n_1)\right] P(n'_q) \right\}$$

VI.4 - Nouveau découpage optimal :

Il sera obtenu pour le minimum de l'expression :

$$(K+n'_2)\, P(n'_2) + \left[2K + (n'_2 + n'_3)\right] P(n'_3) + \ldots.$$

$$\ldots. + \left[(q-1)K + (N-n_1)\right] P(n'_q)$$

Il est à remarquer que nous sommes revenus à la première courbe de probabilités tronquée mais non décalée vers les p_i supérieurs par l'intermédiaire de la formule :

$$P'(n'_j) = \frac{P(n'_j)}{1-P(n_1)} \qquad \forall j \in \{2, \ldots, q\}$$

Cela revient à dire que trouver le nouveau découpage $(n'_2, n'_3, \ldots, n'_q)$ revient à chercher la répartition optimale des $(N-n_1)$ éléments restants de l'ancienne courbe de rupture.

- Nous allons montrer que la solution cherchée n'est autre que le résultat $(n_2, n_3, \ldots, n_m)$ obtenu après l'optimisation précédente.

- Pour cela nous allons utiliser un corollaire du principe d'optimalité de BELLMAN (cf. paragraphe V) dont l'énoncé est le suivant :

"Toute politique optimale est composée de sous-politiques optimales".

Démonstration :

- Soit par hypothèse une politique optimale A. Si l'une des sous-politiques la composant n'était pas optimale, on pourrait la remplacer par une autre de coût inférieur. Ceci améliorerait la politique A, ce qui est contraire à l'hypothèse puisque A est optimale.

- Conclusion : Le résultat obtenu après la première manipulation d'extraction d'assemblages ne modifie en aucune façon le découpage optimal préalablement établi.

VI. 5 - Généralisation :

D'une manière générale, le corollaire du principe d'optimalité montre qu'une fois établie la politique optimale de déchargement des assemblages du coeur, celle-ci doit être conduite sans changement jusqu'à l'extraction de la rupture de gaine, les sous-découpages la composant étant tous optimaux.

VII - APPLICATION NUMERIQUE - PROGRAMME DE CALCUL -

Un programme a permis de vérifier la méthode d'optimisation à partir de courbes de probabilités simulées.

VII. 1 - Organigramme et principe du programme :

- On trouvera l'organigramme correspondant en Annexe III.
- Le déroulement du programme s'effectue en cinq phases successives dont les reports sur l'organigramme sont repérés par des chiffres romains.

- Phase I : Elle comprend :

- La lecture des données N, K, $(p_1, p_2, \ldots p_N)$ ces notations ayant la même signification que précédemment.
- L'initialisation à zéro des tableaux de probabilités P et P_c dont l'utilisation sera expliquée dans les étapes suivantes.

- Phase II : Calcul des valeurs $v_1(1), v_1(2), \ldots v_1(N)$

Cette partie a été isolée de la suivante à cause de la simplicité du calcul des expressions considérées.

$P_c(n)$ est la somme des probabilités $p_1, p_2, \ldots, p_n$ des n premiers éléments de la courbe représentant $p_i = f(i)$.

Les valeurs $v_1(n)$, $n_1(n)$, $h_1(N)$ jouant un rôle analogue à $v_p(n)$, $n_p(n)$, $h_p(N)$ trouveront leur explication dans les phases suivantes. La signification de m sera également explicitée ci-après.

- Phase III : Calcul des répartitions $v_p(n)$ $(p \geqslant 2)$ et de $h_N(N) = \min [E'(c)]$

- En se reportant au paragraphe IV.1 : "calculs nécessaires à la méthode récurrente", il apparaît que pour p et n fixés (ici p est initialisé à 2 et n = p), n_p doit varier de 1 à n-(p-1) de façon à obtenir chaque coût $C = u_p(n, n_p) + v_{p-1}(n-n_p)$.

Ce coût nécessite de connaître la probabilité $P(n_p)$ de trouver la rupture de gaine dans le p-ième groupe de n_p éléments dont le calcul s'effectue de la manière suivante :

L'indice n_p augmentant d'une unité à chaque cycle de calcul $P(n_p)$ sera obtenu à partir de $P(n_p - 1)$

$$\begin{cases} P(n_p) = p_n + p_{n-1} + \ldots\ldots + p_{n-n_p+2} + p_{n-n_p+1} \\ P(n_p-1) = p_n + p_{n-1} + \ldots + p_{n-n_p+2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(n_p) = P(n_p-1) + p_{n-n_p+1}$$

En posant $x = n-n_p + 1$ il vient :

$$P(n_p) = P(n_p-1) + p_x$$

La valeur de début de calcul P (0) doit être égale à zéro, ce qui a été fait par l'initialisation à zéro du tableau P dans la phase I.

- Puis chaque valeur C obtenue au cours de la variation de l'indice n_p est comparée au terme noté C_{min} qui conserve en mémoire le plus petit coût obtenu jusqu'alors. La première comparaison s'effectue avec C_{min} initialisé à une très grande valeur numérique de façon à conserver comme coût minimal de départ la première valeur de C. La valeur n_p correspondant au C_{min} obtenu à un instant donné est stockée en mémoire sous la notation "a" de l'organigramme. L'indice n_p ayant pris toutes ses valeurs, le coût minimal C_{min} est alors $v_p(n)$, la valeur correspondante de n_p étant reprise et notée $n_p(n)$ pour utilisation ultérieure.

L'indice n doit alors être incrémenté jusqu'à N.

On effectue ensuite la première comparaison entre $h_{p-1}(N)$ et $v_p(N)$ soit ici $h_1(N)$ et $v_2(N)$.

Comme nous obtenons le minimum de E'(c) en calculant $h_N(N)$, la plus petite des deux expressions $h_{p-1}(N)$ et $v_p(N)$ sera conservée pendant l'incrémentation de p.

L'indice m permet de repérer le nombre de groupes d'éléments correspondant à la politique optimale $h_N(N)$.

Les calculs étant terminés, on imprime les résultats numériques :

$$\begin{cases} h_N(N) = \text{espérance mathématique minimale du coût} \\ m \quad = \text{nombre optimal de groupes à effectuer} \end{cases}$$

- Phase IV : Nombres optimaux d'éléments à introduire dans les m groupes : notés $n_b(p)$

Ces nombres ayant été conservés en mémoire lors des deux étapes précédentes, il suffit de les rappeler en commençant par le dernier dont l'indice est repéré par la valeur de m.

Pour $p = m$ on obtient $n_b(m) = n_m(N)$.

La valeur est alors imprimée. Le nombre optimal suivant, de rang immédiatement inférieur, sera obtenu en diminuant la valeur de p d'une unité et en retranchant de N la valeur $n_b(m)$ qui vient d'être imprimée. Ce déroulement se poursuivra de façon identique jusqu'à l'obtention de $n_1(n)$.

- Phase V : Impression des politiques de coût moyen supérieur de dix pour cent au plus à $h_N(N)$

Lors de l'estimation du coût de l'extraction d'un groupe de n éléments du coeur (cf. paragraphe II.2) nous avons établi :

$$C = (K + n)\ \alpha$$

Dans la pratique courante, K et α ne prennent pas des valeurs rigoureusement constantes lors des manipulations successives. Bien que de légères fluctuations de ces données ne modifient pas ou ne modifient que très peu la politique optimale cherchée, il est possible que la solution mathématique (obtenue avec K et α fixés) ne soit pas tout à fait la solution réelle.

La phase V a donc consisté à exprimer les politiques à dix pour cent près de la solution mathématique optimale de façon à disposer d'un choix plus étendu de conduites possibles à tenir.

En effet, celles-ci ont une probabilité non négligeable d'aboutir également à un résultat proche de la politique réelle de déchargement.

On imprime donc les espérances mathématiques et les "découpages" correspondants, ceux-ci étant obtenus d'une façon analogue à celle de la phase précédente.

VII.2 - Liste du programme et notice d'utilisation -

- On trouvera en annexe IIIla liste des instructions du programme écrit en langage PL 1 (version 5) ainsi que la notice d'utilisation.
- Pour une raison pratique d'écriture de la liste, certaines notations de l'organigramme ont été modifiées. Les changements correspondant à la lecture des données et à l'impression des résultats sont précisés dans la notice d'utilisation.

VII.3 - Résultats numériques - Simulation de courbes de probabilités de rupture -

- La méthode a été testée sur un nombre important de cas simulés. Les paramètres que l'on a fait varier sont respectivement :

  N = nombre d'assemblages fissiles

  p_i = f(i) : probabilités de rupture des assemblages

  K = coût de mise en situation de manutention (ou de mise en situation de remontée en puissance) du réacteur.

- Une partie des résultats est présentée en annexe IV sous forme de graphiques indiquant les "découpages optimaux" obtenus sur divers types de courbes de probabilités.

Simulation sur un coeur de 5 assemblages :

Le nombre peu important de calculs a permis de vérifier manuellement le déroulement du programme.

1. Courbe de probabilités de forme quelconque (fig. 1)
   Un "listing" de résultats (cf. annexe IV exemple n°1) donne pour quelques valeurs de K les découpages correspondant au graphique ainsi que les politiques à 10% près.

2. Probabilités égales : La figure 2 indique le nombre optimal de groupes d'éléments à effectuer lorsqu'on ne sait pas différencier les assemblages du coeur (cas théorique défavorable).

Coeur de 10 assemblages :

1. Courbes de probabilités de forme quelconque : (fig. 3 et 4) :
   Le listing de l'exemple n°2 correspond à la figure 3.

2. Probabilités égales : (fig. 5)

Coeur de 60 assemblages :

1. La courbe de la figure 6, sans réalité physique est destinée à mettre en évidence la composition du groupe n°1 lorsque 2 éléments sont incriminés très fortement par rapport aux autres assemblages du coeur. On constate que $n_1 = 2$, ce qui était prévisible.
2. La figure 7 simule le type de courbe réelle que l'on peut obtenir sur un réacteur expérimental. L'exemple n°III lui correspondant ne donne ici que quelques unes des politiques à 10% près.

VIII - CONCLUSION SUR L'OPTIMISATION DE LA POLITIQUE DE DECHARGEMENT -

Le temps d'extraction associé au découpage optimal dépend à la fois de la distribution des coefficients de rupture et de la valeur de K (coût de mise en situation de manutention et de mise en situation de fonctionnement du réacteur) comparée au temps de remplacement d'éléments supposés fautifs par des éléments sains.

Il était tout à fait intuitif et cela s'est confirmé sur les exemples simulés, que plus la valeur de K est grande, plus le nombre d'assemblages à extraire lors des manipulations est important.

Sur des réacteurs, la valeur de K rapportée à l'unité α (temps d'échange d'un assemblage) est de l'ordre de 40. Cela peut imposer de retirer des lots d'éléments relativement conséquents, en particulier lorsque la dispersion des coefficients de rupture est faible. Il est donc nécessaire de prévoir dans le cadre général des investissements occasionnés par la centrale un stock de réserve adéquat. C'est l'hypothèse que nous avons admise dans ce travail.

Cette restriction faite, nous pouvons dire que, compte tenu du classement établi par le processus de localisation, cette méthode nous fournit le minimum moyen absolu du temps d'extraction de la rupture.

CONCLUSION GENERALE

Du point de vue qu'elle aborde, cette étude ne peut prétendre avoir complètement résolu le problème posé par la localisation et l'extraction des ruptures de gaine. Elle permet cependant, dans l'état actuel des connaissances, de donner le schéma directeur d'un procédé ne faisant pas appel à un appareillage spécifique de L.R.G.

Les difficultés auxquelles nous nous sommes heurtés proviennent presque essentiellement de l'élaboration du classement des assemblages. Le type de réacteur pour lequel le travail a été effectué, faisant appel à une technologie récente, ne permet pas de disposer de données suffisamment nombreuses sur le comportement et l'évolution des aiguilles combustibles pour assurer une détermination précise des risques de rupture en fonction du taux de combustion. Beaucoup de phénomènes propres à l'irradiation affectant les assemblages dans leur structure restent encore à l'état d'interprétation. Il est d'ailleurs probable que certains mécanismes dégradants n'aient pu présentement être mis en évidence.

Il est également à noter que son caractère expérimental ne permet pas toujours d'extrapoler avec certitude les résultats à un réacteur de puissance.

Les méthodes de mesures elles-mêmes : sectorisation hydraulique, marqueurs, détermination de l'âge de l'élément défectueux n'en sont qu'à leur début. La carte de contrastes DND nécessite d'être précisée en réacteur, la technique des marqueurs n'a pu être mise à l'essai que pour quelques assemblages isolés. Elle se doit d'être affinée tout comme la mesure de l'âge

de façon à réduire au maximum les incertitudes qui l'accompagnent.

L'efficacité de ces critères de localisation, bien que déjà nettement pressentie, ne pourra être confirmée qu'à la suite d'expériences futures.

En ce qui concerne l'optimisation de la politique de déchargement de la rupture, il convient de noter que cette méthode doit donner de bons résultats. Son exploitation correcte dépend évidemment de la qualité du classement établi pour les assemblages.

A court terme, il serait souhaitable de s'efforcer de mettre au point les critères de mesures, susceptibles d'évoluer plus rapidement que la connaissance exacte des causes de ruptures. A l'occasion de nouveaux incidents, le passage en machine d'un code de calcul bâti à partir de ce processus de localisation devrait permettre de tester les limites de la méthode et d'améliorer son utilisation.

Dans un cadre économique plus général, l'optimisation de la technique de déchargement pourrait se compléter d'une étude s'astreignant à utiliser au maximum les périodes normales d'arrêt du réacteur pour éliminer les assemblages suspects, compte tenu évidemment de la vitesse d'évolution de la rupture. Cela rendrait possible, en cas d'évolution lente, l'extraction de l'élément défectueux en affectant le moins possible le facteur de charge du réacteur.

A plus long terme, l'expérience acquise sur la filière devrait conduire à l'établissement d'une statistique des ruptures de gaine. La courbe de probabilités, alors nettement précisée, donnerait tout son sens à la politique de déchargement.

L'obtention de probabilités en valeur absolue permettrait également d'assurer une maintenance préventive du réacteur en autorisant le calcul des risques de rupture a priori des assemblages.

L'automatisation de la méthode pourrait s'avérer utile dans le cadre d'une surveillance programmée d'un coeur de réacteur de par la souplesse et la rapidité d'exécution que procure l'utilisation d'un code de calcul numérique.

Le problème de la recherche des ruptures de gaine n'est pas typique aux réacteurs à sodium. Il n'est pas à exclure que la méthode de localisation par facteurs de différenciation puisse s'appliquer, après adaptation,à d'autres centrales.

ANNEXE I

I - MODELE DE COURBE DE RUPTURE POUR LE PARAMETRE PRESSION -

L'évolution des coefficients de rupture en fonction de la pression tiendra compte de la limite élastique E et de la charge de rupture σ_r de l'acier de gainage.

La pression des gaz exerçant une contrainte permanente soumet l'acier au fluage. L'aboutissement du fluage à la rupture dépend du niveau de la contrainte imposée et de son temps d'application. Nous admettrons un coefficient de rupture égal à 0,5 pour une aiguille atteignant sa limite élastique E.

A la charge de rupture σ_r nous ferons correspondre le coefficient maximal p_{max}.

I.1 - Forme et équation de la courbe de rupture -

L'augmentation du coefficient de rupture avec la pression est traduite par la figure A1.

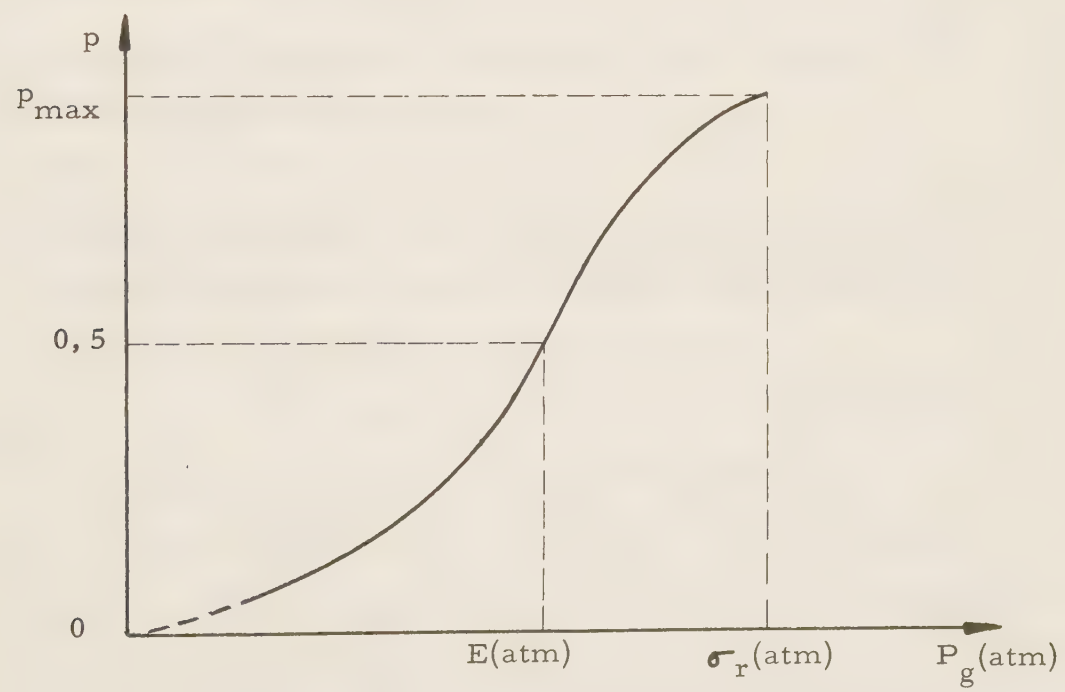


Fig. AI - Evolution du coefficient de rupture en fonction de la pression interne.

Equation :

$$p = 1 - \frac{1}{1 + e^{\ln 10 \, P_{max} \left(\frac{P_g - E}{\sigma_r - E} \right)}}$$

P_g : pression des gaz exprimée en atmosphères

E, σ_r : exprimés en atmosphères

N.B. : E et σ_r correspondent à une contrainte tangentielle σ. Leur introduction dans l'équation nécessite leur conversion en termes de pression. On dispose de la relation :

$$\sigma = \frac{P \times r}{e}$$

avec :
- r = rayon moyen de la gaine (mm)
- e = épaisseur moyenne de la gaine (mm)
- P = pression différentielle entre l'intérieur et l'extérieur de la gaine $\simeq$ pression intérieure (kgf/mm^2)

I.2 - Variation de la limite élastique et de la charge de rupture de l'acier 316 des aiguilles en fonction de la température -

Les valeurs prises par E et σ_r dépendent de la température à laquelle est soumis l'acier.

Les équations obtenues après lissage des valeurs numériques extraites de la référence 7 sont respectivement :

a) Pour E :

$150°C \leqslant \Theta \leqslant 870°C \quad E\,(atm) = 2,46\,10^{-4}\,\theta^2 - 0,42\,\theta + 359,5$

b) Pour σ_r :

$500°C \leqslant \theta \leqslant 700°C \quad \sigma_r(atm) = -6,65.10^{-3}\,\theta^2 + 6,75\,\theta - 1019$

$700°C \leqslant \theta \leqslant 870°C \quad \sigma_r(atm) = 60,3.10^{-4}\,\theta^2 - 10,81\,\theta + 5064$

Les aiguilles des réacteurs rapides disposent en général de deux chambres d'expansion destinées à recueillir les gaz de fission formés (fig. A2). La température T_1 de l'acier à considérer, fonction de la position de l'assemblage dans le coeur, est celle de la gaine dans la chambre d'expansion supérieure. Le profil de température étant assez plat, on considère que T_1 est identique pour tous les assemblages.

I.3 - Calcul de la pression (8) -

I.3.1 - Etablissement de la formule de pression :

La géométrie de l'aiguille conduit à effectuer un calcul à trois zones de températures (fig. A2) qui sont respectivement :

- la chambre d'expansion supérieure
- la zone active de l'aiguille
- la chambre d'expansion inférieure.

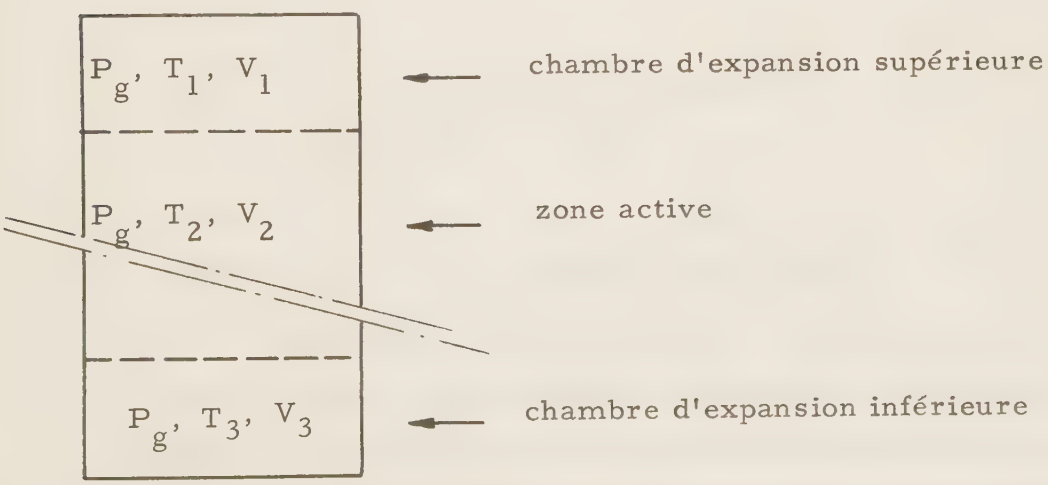


Fig. A2 : schéma des zones de température dans une aiguille

Appelons :

P_g : pression interne

V_1 : volume libre dans la chambre d'expansion supérieure

V_2 : volume libre dans la zone active de l'aiguille

V_3 : volume libre dans la chambre d'expansion inférieure

T_1, T_2, T_3 : températures respectives des trois zones

n_1 : nombre de moles de gaz dans la chambre supérieure

n_3 : nombre de moles de gaz dans la chambre inférieure

N' : nombre de moles de gaz de fission libérés

N'' : nombre de moles de gaz de remplissage
(paragraphe I. 3. 3. b.)

$N = N' + N''$: nombre total de moles

Appliquons trois fois la loi des gaz parfaits, en admettant que les gaz soient proches des gaz parfaits.

$$\begin{cases} P_g V_1 = n_1 RT_1 \\ P_g V_3 = n_3 RT_3 \\ P_g V_2 = \left[N - (n_1 + n_3) \right] RT_2 \end{cases}$$

On en tire :

$$P_g = \frac{NR}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} + \frac{V_3}{T_3}}$$

N.B. : Ce calcul est évidemment utilisable pour un type d'aiguilles ne possédant qu'une chambre d'expansion. Dans ce cas il suffit de rendre V_3 nul.

I.3.2 - Evaluation des termes du dénominateur de la formule de pression :

V_l : volume libre dans la chambre d'expansion supérieure =

La chambre est occupée en partie par le ressort de maintien des pastilles d'oxyde.

Appelons :

V_{chs} : volume de la chambre d'expansion supérieure

V_r : volume du ressort

On obtient :

$$V_l = V_{chs} - V_r$$

N.B. : Le volume du ressort peut être obtenu par déplacement de liquide ou calculé en utilisant le volume d'une hélice. Dans ce dernier cas, on a :

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \cdot n \cdot \sqrt{\phi_m^2 \pi^2 + h^2}$$

avec : D : diamètre du fil

n : nombre total de spires

ϕ_m : diamètre moyen du ressort

h : pas du ressort = $\frac{\text{longueur libre}}{n}$

V_2 : volume libre dans la zone active de l'aiguille :

L'observation micrographique d'aiguilles irradiées fait apparaître des modifications de structure du combustible. En particulier, la formation d'une cheminée centrale, la fissuration du combustible liées aux conditions thermiques et d'irradia-

tion contribuent à agrandir le volume libre initial constitué par le jeu oxyde-gaine. A ceci, vient se superposer le gonflement différentiel de l'acier et du combustible variable avec le taux de combustion, modifiant également ce volume.

Une bonne détermination de la valeur à prendre en compte pour V_2 est donc difficile car il faut savoir évaluer les vides créés par la fissuration, connaître l'évolution des dimensions de la cheminée et la loi du gonflement différentiel. Le comportement précis des aiguilles pour les taux de combustion très élevés est mal connu et ne permet pas de suivre avec certitude l'évolution du volume libre.

En ce qui nous concerne, nous nous limiterons en première approximation à estimer V_2 comme étant égal au volume libre initial du jeu gaine - combustible.

La formule établie ci-dessous illustre un calcul possible de V_2 supposant connues les variations respectives de chacun des termes la composant :

$$V_2 = V_j + V_{chem} + V_{fiss} + \Delta V_{gc}$$

V_j = volume du jeu gaine-combustible initial

V_{chem} = volume de la cheminée centrale

V_{fiss} = volume équivalent des fissures du combustible

ΔV_{gc} = variation du volume libre dû au gonflement différentiel de la gaine et du combustible

Remarque : Les termes V_{chem}, V_{fiss}, ΔV_{gc} fonction du taux de combustion, dépendent également de la position de l'assemblage dans le coeur.

$\underline{V_3}$: volume libre dans la chambre d'expansion inférieure :

La chambre est éventuellement occupée par une capsule contenant un marqueur.

Appelons :

V_{chi} = volume de la chambre d'expansion inférieure

V_c = volume occupé par l'enveloppe de la capsule.

On obtient :

$V_3 = V_{chi} - V_c$ pour un assemblage marqué

$V_3 = V_{chi}$ pour un assemblage non marqué

$\underline{T_1}$: température des gaz dans la chambre d'expansion supérieure

$\underline{T_2}$: température moyenne des gaz dans la zone active

$\underline{T_3}$: température des gaz dans la chambre d'expansion inférieure, prise égale à la température d'entrée du sodium.

I.3.3 - Calcul de N, nombre total de moles de gaz :

a) Participations respectives des gaz stables et instables à la pression :

Les produits de fission participant à la pression se composent de gaz stables et instables. Ces derniers subissant la décroissance radioactive pendant tout arrêt de la centrale, la détermination du nombre de moles N à un instant donné doit tenir compte a priori des périodes de non-fonctionnement.

Un calcul préliminaire (cf. Annexe I paragraphe II) montre que la contribution des gaz instables devient rapidement négligeable devant celle des stables. L'avantage présenté par ce

résultat est de permettre de calculer la pression en ne considérant que le nombre d'atomes stables dont la formation est proportionnelle au taux de combustion.

b) Calcul de N :

Rappel : $N = N' + N''$

$\begin{cases} N' & : \text{nombre de moles de gaz de fission stables} \\ N'' & : \text{nombre de moles de gaz de remplissage} \end{cases}$

Un gaz de remplissage est introduit préalablement dans les aiguilles à température ambiante T_a et sous la pression atmosphérique P_a.

On obtient :

$$N'' = \frac{P_a V}{\mathbf{R} T_a} \qquad \text{avec :}$$

V = volume occupé par le gaz = volume de la chambre d'expansion supérieure + volume du jeu gaine-combustible + volume de la chambre d'expansion inférieure.

Calcul de N' :

Le nombre de moles de gaz de fission formés a été calculé dans (8) pour un combustible oxyde mixte (UO_2 - PuO_2). Nous utiliserons ce résultat :

- Soient :

B : nombre de fissions produites dans une aiguille

B' : nombre d'atomes de gaz de fission formés

B'' : nombre de moles de gaz formés

p : poids de combustible dans l'aiguille (en tonne)

Tc : taux de combustion en MWJ/t

ρ_m : rendement moyen de fission en gaz du combustible ($\simeq 0,31$)

On obtient :

$$B = 2,696.10^{21} \times p \times Tc$$

$$B' = \rho_m B$$

$$B'' = \frac{B'}{6,02\ 10^{23}}$$

En fait les gaz formés ne participent pas en totalité à la pression. Il existe un obstacle à leur transfert jusqu'à la gaine : la rétention irréversible d'une fraction d'entre eux dans le combustible. Le facteur de rétention ($\leqslant$ 1) identique pour chaque gaz est fonction du taux de combustion de l'aiguille et de sa position dans le coeur.

Si l'on appelle f le facteur caractérisant une aiguille de taux de combustion et de position donnés, le nombre N' de moles de gaz libérées est donc :

$$N' = B'' \times (1 - f)$$

- Le taux de relâchement des gaz -(1 - f)- est donné par la série de courbes de la figure A3.

- Notations :

1 -f = taux de relâchement (rapporté à 1)
Tc = taux de combustion (x 10^3 MWJ/t)

On obtient finalement :

$$N = 14\ 10^{-7} \times p \times Tc \times (1 - f) + \frac{P_a V}{RT_a}$$

p = poids de combustible dans l'aiguille exprimé en grammes
Tc = taux de combustion (MWJ/t x 10^3)

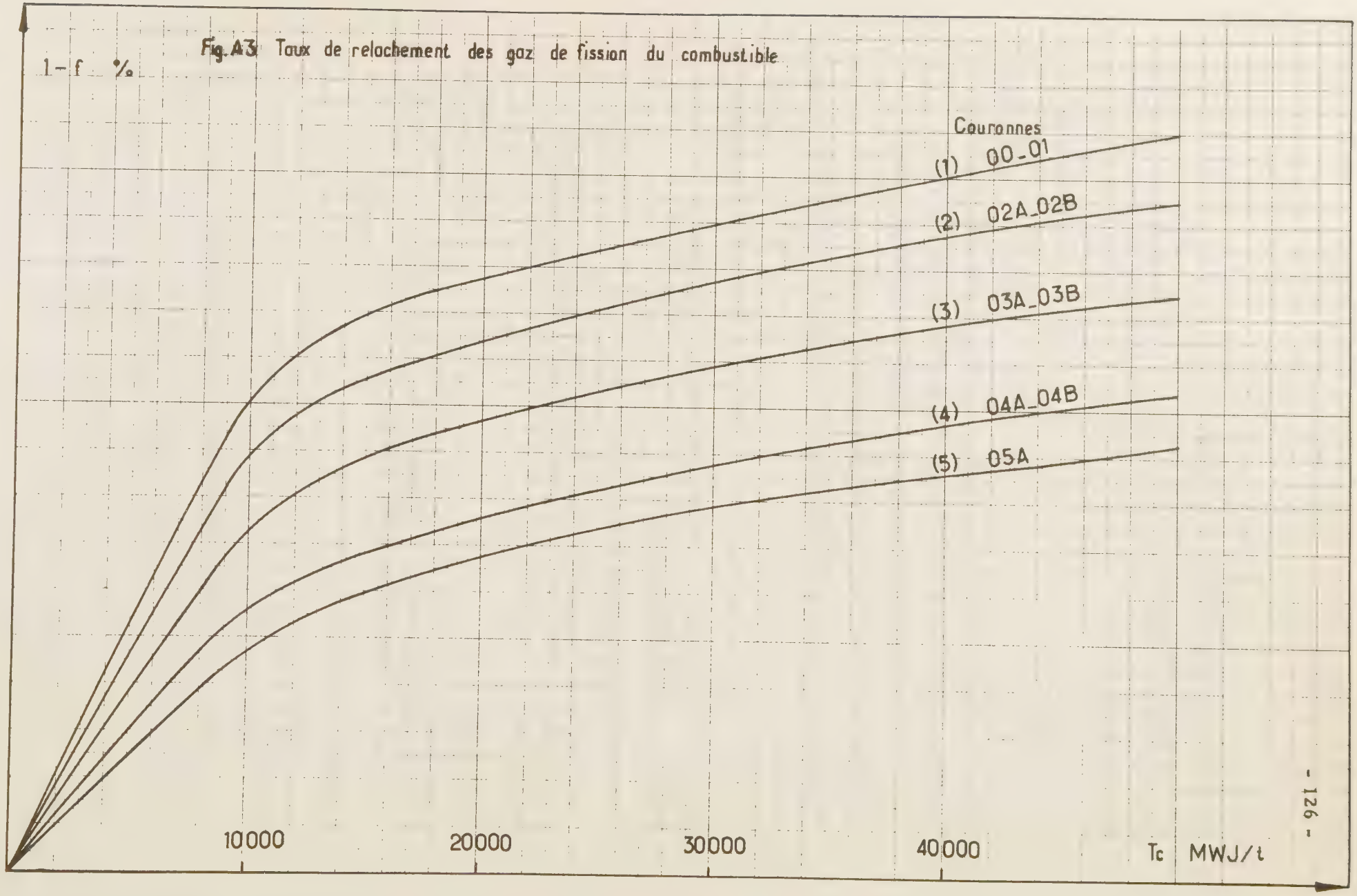


Fig. A3 Taux de relachement des gaz de fission du combustible
1 - f %
Couronnes
(1) 00_01
(2) 02A_02B
(3) 03A_03B
(4) 04A_04B
(5) 05A
10000
20000
30000
40000
Tc MWJ/t

I.4 - Remarque :

L'attribution des coefficients de rupture ne peut être présentement que très schématique. L'estimation approfondie de probabilités ne sera possible qu'à la suite d'études très complètes, les mécanismes de fragilisation d'une aiguille en réacteur étant complexes.

En particulier, le fluage d'une gaine dépendant de plusieurs paramètres -niveau de la contrainte appliquée, temps d'exercice de la contrainte, température à laquelle est soumis l'acier- se doit d'être étudié en dynamique, la pression ne cessant d'augmenter en fonction du temps. Il faut également tenir compte de l'irradiation qui provoque une perte de ductilité de l'acier.

Le modèle proposé ne constitue qu'une première approche destinée à mettre en évidence le problème de rupture par pression pour les taux de combustion élevés qui seront atteints sur les centrales de grande puissance.

II - PARTICIPATIONS RESPECTIVES DES GAZ STABLES ET INSTABLES A LA PRESSION -

Disposant de résultats donnant les nombres d'atomes existants en fonction du temps d'irradiation (9), nous les utiliserons directement.

La comparaison est effectuée après 30 jours de fonctionnement à la puissance caractéristique du réacteur, au centre du coeur, lorsque les gaz instables (périodes courtes et moyennes) sont pratiquement tous à l'équilibre, c'est-à-dire lorsque le nombre d'atomes correspondant prend sa valeur maximale.

Nombre d'atomes stables formés par un gramme de combustible :

$$N_1 \simeq 3,5\ 10^{18} \text{ atomes}$$

Nombre d'atomes instables existants dans les mêmes conditions (tableau A_1) :

$$N_2 \simeq 0,25\ 10^{18} \text{ atomes}$$

Le rapport du nombre d'atomes stables au nombre d'atomes instables existants est :

$$R = \frac{N_1}{N_2} \simeq \frac{3,5\ 10^{18}}{0,25\ 10^{18}} = 14$$

- Nous voulons établir le rapport des nombres d'atomes participant à la pression. Or les obstacles s'opposant au transfert des gaz de fission du combustible dans la gaine sont :

1. Le facteur de rétention dans le combustible (Paragraphe I. 3. 3. b). Etant identique pour tous les gaz, il ne modifie pas la valeur de R.
2. La disparition des instables par décroissance durant le relâchement hors du combustible, fonction de la période du gaz de fission (10).

La valeur de N_2 à prendre en compte est donc inférieure à $0,25\ 10^{18}$ et R ne représente que la limite inférieure du rapport des nombres d'atomes stables et instables participant à la pression.

- Conclusion : On constate qu'après 30 jours de fonctionnement -les assemblages étant donc très jeunes- la contribution des gaz de périodes courtes et moyennes est déjà petite comparée à celle des gaz stables. Elle devient négligeable pour les taux de combustion élevés. Seuls les gaz stables étant pris en compte, il

n'est pas nécessaire de se préoccuper des arrêts du réacteur pour le calcul de N puisqu'ils ne subissent pas la décroissance radioactive (fig. A4).

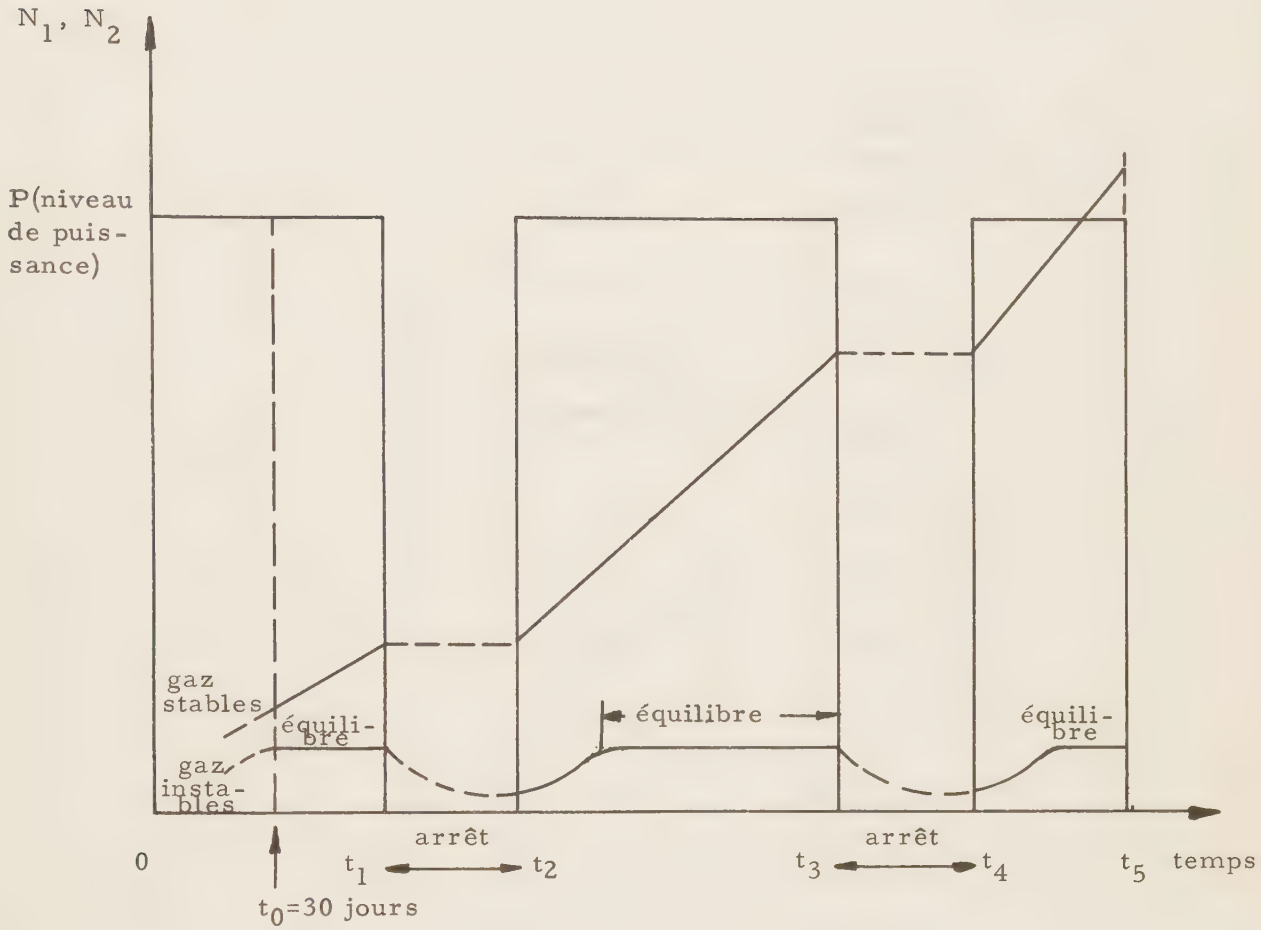


Fig. A 4 : schéma de la formation des gaz pendant un fonctionnement à puissance constante du réacteur.

Tableau A 1

Principaux atomes instables formés après 30 jours de fonctionnement par 1 g de combustible à la puissance caractéristique, au centre du coeur.

Nature	Nombre
K_r 83 m	$2,2\ 10^{14}$
K_r 85 m	$1,08\ 10^{15}$
K_r 87	$6,08\ 10^{14}$
K_r 88	$1,55\ 10^{15}$
K_r 89	$4,2\ 10^{13}$
K_r 90	$6,7\ 10^{12}$
K_r 91	$1,95\ 10^{12}$
Xe 133	$2,36\ 10^{17}$
Xe 133 m	$1,06\ 10^{12}$
Xe 135	$1,91\ 10^{16}$
Xe 135 m	$1,34\ 10^{14}$
Xe 137	$1,19\ 10^{14}$
Xe 138	$4,39\ 10^{14}$
Xe 139	$1,27\ 10^{13}$
Xe 140	$3,1\ 10^{12}$

N.B. : La valeur correspondant au Xe 133 a été majorée, celui-ci n'étant pas tout à fait à l'équilibre après 30 jours de fonctionnement.

ANNEXE II

-=-=-=-=-=-=-=-

I- EXPLICATION CONCRETE DE L'ESPERANCE MATHEMATIQUE DU COUT -

Appelons C_{moy} le coût moyen de sortie du fautif après les résultats de X découpages du type précédent.

x_1 fois l'élément fautif était dans le groupe n°1

x_2 fois " " " n°2

" " " " "

" " " " "

x_j fois " " " n°j

" " " " "

" " " " "

x_m fois l'élément fautif était dans le groupe n°m

avec $x_1 + x_2 + \ldots + x_j + \ldots + x_m = X$

Le coût moyen est donc :

$$C_{moy} = \frac{x_1 C_1 + x_2(C_1+C_2) + \ldots + x_j(C_1+C_2+\ldots+C_j) + \ldots + x_m(C_1+C_2+\ldots+C_m)}{X}$$

Soit :

$$C_{moy} = C_1 \cdot \frac{x_1}{X} + (C_1+C_2)\frac{x_2}{X} + \ldots + (C_1+C_2+\ldots+C_j)\frac{x_j}{X} + \ldots +$$

$$(C_1+C_2+\ldots+C_j+\ldots+C_m)\ \frac{x_m}{X}$$

Le terme courant $\frac{x_j}{X}$ représente le rapport du nombre de cas favorables de sortie du fautif dans le groupe n°j au nombre total de sorties du fautif, soit en passant à la limite, la probabilité de sortie du fautif dans le groupe n°j.

II - CALCUL DU NOMBRE DE REPARTITIONS DE N ELEMENTS EN p GROUPES -

Calculons les premiers termes de la relation

$$L_p(N) = \sum_{n_p=1}^{N-(p-1)} L_{p-1}(N-n_p)$$

$$L_1(N) = 1$$

$$L_2(N) = \sum_{n_2=1}^{N-1} L_1(N-n_2) = \sum_{n_2=1}^{N-1} 1 = N-1$$

$$L_3(N) = \sum_{n_3=1}^{N-2} L_2(N-n_3) = \sum_{n_3=1}^{N-2} (N-n_3-1)$$

$$= \sum_{n_3=1}^{N-2} (N-1) - \sum_{n_3=1}^{N-2} n_3$$

Le 2ème terme est la somme des N-2 premiers nombres entiers $\Rightarrow$

$$L_3(N) = (N-1)(N-2) - \frac{(N-1)(N-2)}{2} = \frac{(N-1)(N-2)}{2}$$

$$L_4(N) = \sum_{n_4=1}^{N-3} L_3(N-n_4) = \sum_{n_4=1}^{N-3} \frac{(N-n_4-1)(N-n_4-2)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n_4=1}^{N-3} \left[(N-1)-n_4\right] \left[(N-2)-n_4\right]$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n_4=1}^{N-3} (N-1)(N-2) - (2N-3) \sum_{n_4=1}^{N-3} n_4 + \sum_{n_4=1}^{N-3} n_4^2 \right\}$$

Le 2ème terme est la somme des N-3 premiers nombres entiers au coefficient multiplicatif près.

Le 3ème terme est la somme des carrés des N-3 premiers nombres entiers $\Rightarrow$

$$L_4(N) = \frac{1}{2} \left\{ (N-1)(N-2)(N-3) - (2N-3)\frac{(N-2)(N-3)}{2} + \frac{(N-3)(N-2)(2N-5)}{6} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} (N-2)(N-3) \left\{ (N-1) - \frac{2N-3}{2} + \frac{2N-5}{6} \right\}$$

$$L_4(N) = \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{6}$$

Remarque :

- Les valeurs $L_1(N)$, $L_2(N)$, $L_3(N)$, $L_4(N)$ se vérifient très facilement sur des exemples.
- Ces premières valeurs font apparaître que :

$$L_k(N) = \frac{(N-1)\,(N-2).....\,[N-(k-1)]}{(k-1)\,!}$$

ou

$$L_k(N) = \frac{(N-1)\,!}{(N-k)\,!\;(k-1)\,!}$$

On remarquera que le nombre de combinaisons de n objets pris x à x est $C_n^x = \frac{n\,!}{x\,!\;(n-x)\,!}$

On peut donc écrire :

$$L_k(N) = C_{N-1}^{k-1}$$

- Le raisonnement implique de montrer que la formule est vraie à l'ordre k+1 c'est-à-dire que :

$$L_{k+1}(N) = \sum_{n_{k+1}=1}^{N-k} \frac{(N-n_{k+1}-1)!}{(N-n_{k+1}-k)!\,(k-1)!} = \sum_{n_{k+1}=1}^{N-k} C^{k-1}_{N-n_{k+1}-1}$$

est bien égal à C^{k}_{N-1}

- Démonstration à l'ordre k + 1 :

$$L_{k+1}(N) = C^{k-1}_{N-2} + C^{k-1}_{N-3} + \ldots + C^{k-1}_{k+1} + C^{k-1}_{k} + C^{k-1}_{k-1}$$

Allègement d'écriture :

Posons : $\begin{cases} a = k - 1 \\ b = N - k - 1 \end{cases}$

Il vient :

$$L_{k+1}(N) = C^{a}_{a+b} + \ldots + C^{a}_{a+2} + C^{a}_{a+1} + C^{a}_{a}$$

Or l'analyse combinatoire permet d'écrire le nombre de combinaisons de n objets pris x à x de la façon suivante :

$$C^{x}_{n} = C^{x}_{n-1} + C^{x-1}_{n-1} \qquad \text{d'où}$$

$$C^{x-1}_{n-1} = C^{x}_{n} - C^{x}_{n-1}$$

Ecrivons sous cette dernière forme les termes de $L_{k+1}(N)$ et effectuons leur somme :

$$C^{a}_{a+b} = C^{a+1}_{a+b+1} - C^{a+1}_{a+b}$$

$$C^{a}_{a+b-1} = C^{a+1}_{a+b} - C^{a+1}_{a+b-1}$$

$$C^{a}_{a+b-2} = C^{a+1}_{a+b-1} - C^{a+1}_{a+b-2}$$

" " "

" " "

" " "

$$C^{a}_{a+2} = C^{a+1}_{a+3} - C^{a+1}_{a+2}$$

$$C^{a}_{a+1} = C^{a+1}_{a+2} - C^{a+1}_{a+1}$$

$$C^{a}_{a} = C^{a+1}_{a+1}$$

$$L_{k+1}(N) = C^{a+1}_{a+b+1}$$

Seul le premier terme du membre de droite reste. En reprenant les notations précédentes on obtient finalement :

$$L_{k+1}(N) = C^{k}_{N-1}$$

La relation est démontrée, on peut donc écrire :

$$L_{p}(N) = C^{p-1}_{N-1} = \frac{(N-1)!}{(p-1)!\,(N-p)!}$$

$L_{p}(N)$ = nombre de sommes de p termes à calculer de façon à pouvoir déterminer A_{p}.

III - CALCUL DE S (N) : NOMBRE DE SOMMES DE 2 TERMES NECESSAIRES A L'UTILISATION DE LA METHODE RECURRENTE :

$$S(N) = \sum_{p=1}^{N} \sum_{n=p}^{N} n - (p-1)$$

La résolution du signe "somme" intérieur entraîne :

$$S(N) = \sum_{p=1}^{N} 1+2+\ldots+\left[N - (p-1)\right]$$

L'expression développée est la somme des N - (p-1) premiers nombres entiers. On obtient :

$$S(N) = \sum_{p=1}^{N} \frac{(N-p+1)(N-p+2)}{2} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{N} \left[(N+1)-p\right]\left[(N+2)-p\right]$$

Soit en développant les calculs :

$$S(N) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{p=1}^{N} (N+1)(N+2) - (2N+3) \sum_{p=1}^{N} p + \sum_{p=1}^{N} p^2 \right\}$$

Le premier terme ne dépend pas de p, les 2ème et 3ème termes sont respectivement la somme, et la somme des carrés des N premiers nombres entiers.

$$S(N) = \frac{1}{2} \left\{ N(N+1)(N+2) - (2N+3) \frac{N(N+1)}{2} + \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \right\}$$

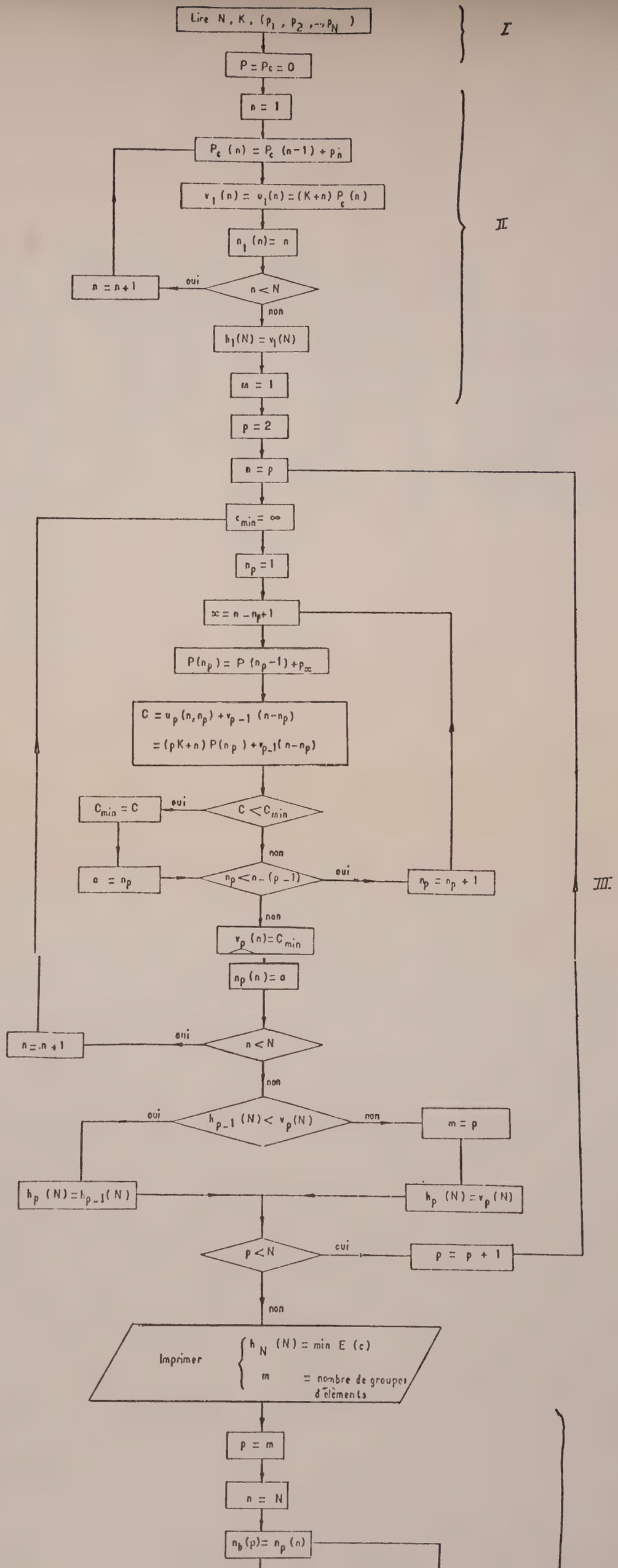
Soit finalement :

$$\boxed{S(N) = \frac{N(N+1)(N+2)}{6}}$$

ANNEXE III

-=-=-=-=-=-=-=-

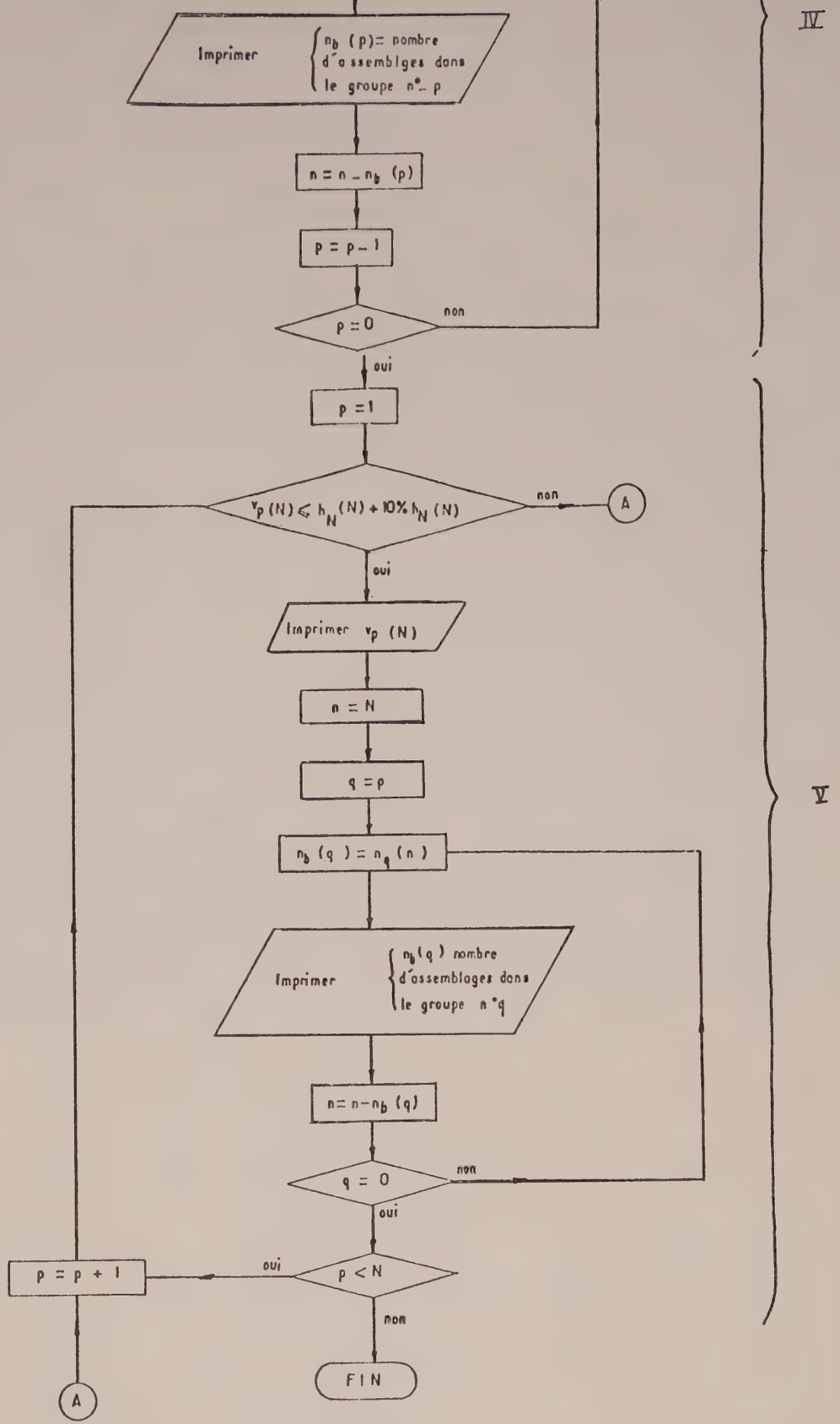
ORGANIGRAMME D'OPTIMISATION DE L'EXTRACTION D'UNE RUPTURE DE GAINE DU CŒUR



I

II

III.


Imprimer
$n_b(p)$= nombre d'assemblages dans le groupe n°_ p
$n = n - n_b(p)$
$p = p - 1$
$p = 0$
non
oui
$p = 1$
$v_p(N) \leq h_N(N) + 10\% h_N(N)$
non
A
oui
Imprimer $v_p(N)$
$n = N$
$q = p$
$n_b(q) = n_q(n)$
Imprimer
$n_b(q)$ nombre d'assemblages dans le groupe n°q
$n = n - n_b(q)$
$q = 0$
non
oui
$p = p + 1$
oui
$p < N$
non
FIN
A
IV
V

OPTIM: PROC OPTIONS (MAIN);

```
1                   OPTIM: PROC OPTIONS (MAIN);
                    /* */
                    /* */
                        /* DECLARATIONS DES IDENTIFICATEURS */
                    /* */
                    /* */
2                   DCL A CHAR(18);
3                   DCL (M,NT,X,U,ALF) DEC FIXED(3,0),
                        (NI(60,60),NB(60)) DEC FIXED(3,0),
                        (K) DEC FIXED(3,0),
                        (PR(60),PROB(0:60),PROC(0:60)) DEC FLOAT(6),
                        (H(60,60),V(60,60)) DEC FLOAT(6),
                        (CM,COUT) DEC FLOAT(6),
                        (R(60)) DEC FIXED(6,0),
                        (S1) DEC FLOAT(6);
4                   A=' FIN DU TRAVAIL';
                    /* */
                    /* */
                         /* LECTURE ET IMPRESSION DES DONNEES */
                    /* */
5                   GET LIST (NT,K);
6                   PUT DATA (NT,K);
7                   DO N=1 TO NT;
8                      GET LIST (R(N));
9                      PUT SKIP DATA (R(N));
10                  END;
                    /* */
                    /* */
                         /* CALCUL DES PROBABILITES SIMULEES */
                    /* */
11                  S1=0;
12                  DO N=1 TO NT;
13                     S1=S1 + R(N);
14                  END;
15                  DO N=1 TO NT;
16                     PR(N)=R(N)/S1;
17                  END;
18                  PUT PAGE;
                    /* */
                    /* */
                         /* IMPRESSION DES PROBABILITES */
                    /* */
19                  DO N=1 TO NT;
20                     PUT SKIP DATA (PR(N));
21                  END;
22                  PUT PAGE;
                    /* */
                    /* */
                         /* OPTIMISATION */
                    /* */
23                  PROB,PROC=0;
24                  N=1;
25                  DO N=1 TO NT;
26                     PROC(N)=PROC(N-1) + PR(N);
27                     V(1,N)=(K+N)*PROC(N);
28                     NI(1,N)=N;
29                  END;
```

```
OPTIM: PROC OPTIONS (MAIN);

30                  H(1,NT)=V(1,NT);
31                  DO P=2 TO NT;
32                       N=P;
33             SUITE: CM=1.E+65;
34                       DO NP=1 TO (N-P+1);
35                          X=N-NP+1;
36                          PROB(NP)=PROB(NP-1) + PR(X);
37                          U=N-NP;
38                          COUT=((P*K)+N)*PROB(NP) + V(P-1,U);
39                          IF COUT < CM THEN DO;
41                                                CM=COUT;
42                                                ALF=NP;
43                                           END;
44                       END;
45                  V(P,N)=CM;
46                  NI(P,N)=ALF;
47                  IF N < NT THEN DO;
49                                 N=N+1;
50                                 GO TO SUITE;
51                             END;
52                  IF H(P-1,NT) < V(P,NT) THEN H(P,NT)=H(P-1,NT);
54                                         ELSE DO;
55                                                H(P,NT)=V(P,NT);
56                                                M=P;
57                                              END;
58                  END;
                    /* */
                    /* */
                         /* IMPRESSION  DE LA POLITIQUE OPTIMALE */
                    /* */
59                  PUT SKIP(3) DATA (M);
60                  PUT SKIP(3) DATA (H(NT,NT));
61                  N=NT;
62                  DO P=M TO 1 BY -1;
63                     NB(P)=NI(P,N);
64                     PUT SKIP DATA (NB(P));
65                     N=N-NB(P);
66                  END;
                    /* */
                    /* */
                         /* IMPRESSION DES POLITIQUES A 10% PRES */
                    /* */
67                       DO P=1 TO NT;
68                  IF V(P,NT) <= 1.1*H(NT,NT) THEN DO;
70                  PUT SKIP(10) DATA (V(P,NT));
71                  N=NT;
72                  DO Q=P TO 1 BY -1;
73                     NB(Q)=NI(Q,N);
74                     PUT SKIP DATA (NB(Q));
75                     N=N-NB(Q);
76                  END;
77                                                   END;
78                       END;
79                  PUT SKIP(20) DATA (A) ;
80                  END OPTIM;
```

- NOTICE D'UTILISATION DU PROGRAMME -

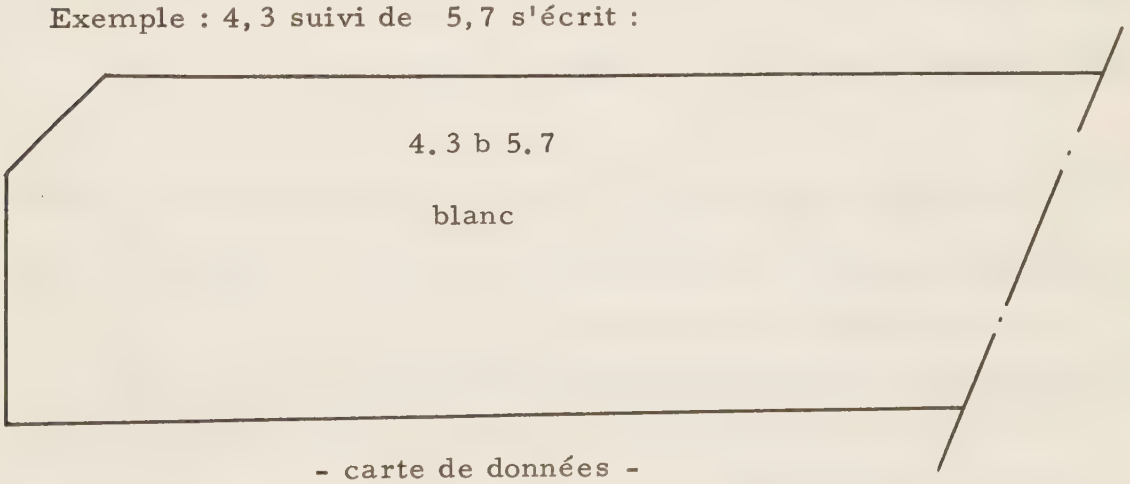
I. CARACTERISTIQUES DU PROGRAMME :

1. Nom	OPTIM
2. Langage utilisé	PL 1 (version 5)
3. Ordinateur utilisé	IBM 360/91 CEN. SACLAY
4. Encombrement moyen	$\simeq$ 85 K pour 60 assemblages
5. Temps moyen d'exécution	$\simeq$ 21 secondes pour 60 assemblages

II. ENTREE DES DONNEES : Elle s'effectue en mode STREAM (lecture sur cartes).

1. Lecture des cartes : faite par l'instruction GET LIST.

2. Ecriture des cartes : Elle s'effectue en commençant en un point quelconque de la carte, chaque valeur numérique devant être isolée de la suivante par au moins un blanc séparateur.
Exemple : 4,3 suivi de 5,7 s'écrit :



- carte de données -

3. Description des données :

Nom de l'identificateur	Utilisation de l'identificateur	Unité
NT	Nombre d'assemblages fissiles du coeur du réacteur	sans
K	Temps nécessaire à l'arrêt du réacteur et à la mise en situation de manutention = temps nécessaire à la mise en situation de fonctionnement et au démarrage du réacteur	α (cf. paragraphe II.2. deuxième partie)
R(N)	valeur numérique simulant la probabilité de rupture de l'assemblage n°N. Les valeurs R(N) choisies doivent être décroissantes lorsque N croît de 1 à NT	sans

Exemple de valeurs simulées R(N) : Pour un coeur de 5 assemblages

R(1) = 20, R(2) = 19, R(3) = 19, R(4) = 6, R(5) = 4

III. SORTIE DES RESULTATS : en mode STREAM (sortie sur "listing")

1. Liste des données : Elle permet une vérification rapide des valeurs introduites dans le programme.
2. Liste des probabilités de rupture simulées du coeur considéré : On obtient NT valeurs numériques PR(N) obtenues après normalisation des valeurs R(N).

3. Liste des résultats :

On trouve successivement :

M : nombre optimal de groupes d'éléments à effectuer sur le coeur.

La politique optimale à suivre :

H(NT,NT) : espérance mathématique minimale du coût d'extraction de la rupture de gaine exprimée en unité α.

NB(P) : nombre d'éléments à introduire dans chaque groupe (P varie de 1 à M).

Les politiques donnant un coût moyen supérieur de dix pour cent au plus à H (NT, NT) :

Elles sont notées V (P,NT)

NB(Q) = nombre d'éléments à introduire dans chaque groupe de la politique V(P,NT) considérée.

ANNEXE IV

EXEMPLE N°1 N = 5 ASSEMBLAGES

M = 3 ;

H(5, 5) = 6.583E+00 ;
P = 3.00000E+00 NB(3) = 1;
P = 2.00000E+00 NB(2) = 2;
P = 1.00000E+00 NB(1) = 2;

V(2, 5) = 6.785E+00;
Q = 2.00000E+00 NB(2) = 3;
Q = 1.00000E+00 NB(1) 2;

K = 3

V(3, 5) = 6.583E+00;
Q = 3.00000E+00 NB(3) = 1;
Q = 2.00000E+00 NB(2) = 2;
Q = 1.00000E+00 NB(1) = 2;

V(4, 5) = 6.928E+00
Q = 4.00000E+00 NB(4) = 1;
Q = 3.00000E+00 NB(3) 1;
Q = 2.00000E+00 NB(2) = 1;
Q = 1.00000E+00 NB(1) = 2;

```
M =     3;

H(5, 5) = 9.107E+00;
P = 3.00000E+00                NB(3) =     1;
P = 2.00000E+00                NB(2) =     1;
P = 1.00000E+00                NB(1) =     3;

V(1, 5) = 9.999E+00;
Q = 1.00000E+00                NB(1) =     5;
```

K = 5

```
V(2, 5) = 9.124E+00;
Q = 2.00000E+00                NB(2) =     2;
Q = 1.00000E+00                NB(1) =     3;

V(3, 5) = 9.107E+00;
Q = 3.00000E+00                NB(3) =     1;
Q = 2.00000E+00                NB(2) =     1;
Q = 1.00000E+00                NB(1) =     3;

V(4, 5) = 9.892E+00;
Q = 4.00000E+00                NB(4) =     1;
Q = 3.00000E+00                NB(3) =     1;
Q = 2.00000E+00                NB(2) =     1;
Q = 1.00000E+00                NB(1) =     2;
```

M = 2;

H(5, 5) = 1.221E+01;
P = 2.00000E+00 NB(2) = 1;
P = 1.00000E+00 NB(1) = 4;

V(1, 5) = 1.299E+01;
Q = 1.00000E+00 NB(1) = 5;

K = 8

V(2, 5) = 1.221E+01;
Q = 2.00000E+00 NB(2) = 1;
Q = 1.00000E+00 NB(1) = 4;

V(3, 5) = 1.266E+01;
Q = 3.00000E+00 NB(3) = 1;
Q = 2.00000E+00 NB(2) = 1;
Q = 1.00000E+00 NB(1) = 3;

M = 2;

H(5, 5) = 4.599E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 4;

V(1, 5) = 4.599E+01 K = 41
NB(1) = 5;

V(2, 5) = 4.599E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 4;

M = 1;

H(5, 5) = 4.699E+01;
NB(1) = 5;

V(1, 5) = 4.699E+01; K = 42
NB(1) = 5;

V(2, 5) = 4.702E+01
NB(2) = 1;
NB(1) = 4;

EXEMPLE N°2 N = 10 ASSEMBLAGES

M = 2;

H(10,10) = 4.921E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 9;

V(1,10) = 4.999E+01;
NB(1) = 10;

K = 40

V(2,10) = 4.921E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 9;

V(3,10) = 4.967E+01;
NB(3) = 1;
NB(2) = 1;
NB(1) = 8;

V(4,10) = 5.137E+01;
NB(4) = 1;
NB(3) = 1;
NB(2) = 1;
NB(1) = 7;

M = 2;

H(10,10) = 7.937E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 9;

V(1,10) = 7.999E+01;
NB(1) = 10;

K = 70

V(2,10) = 7.937E+01;
NB(2) = 1;
NB(1) = 9;

V(3,10) = 8.089E+01;
NB(3) = 1;
NB(2) = 1;
NB(1) = 8;

V(4,10) = 8.457E+01;
NB(4) = 1;
NB(3) = 1;
NB(2) = 1;
NB(1) = 7;

EXEMPLE N°3 N = 60 ASSEMBLAGES

M = 5;

H(60,60) = 3.995E+01;

P = 5.00000E+00	NB(5) = 5;
P = 4.00000E+00	NB(4) = 12;
P = 3.00000E+00	NB(3) = 10;
P = 2.00000E+00	NB(2) = 18;
P = 1.00000E+00	NB(1) = 15;

V(3,60) = 4.075E+01;

Q = 3.00000E+00	NB(3) = 25;
Q = 2.00000E+00	NB(2) = 19;
Q = 1.00000E+00	NB(1) = 16;

K = 8

V(4,60) = 4.002E+01;

Q = 4.00000E+00	NB(4) = 17;
Q = 3.00000E+00	NB(3) = 10;
Q = 2.00000E+00	NB(2) = 18;
Q = 1.00000E+00	NB(1) = 15;

V(5,60) = 3.995E+01;

Q = 5.00000E+00	NB(5) = 5;
Q = 4.00000E+00	NB(4) = 12;
Q = 3.00000E+00	NB(3) = 10;
Q = 2.00000E+00	NB(2) = 18;
Q = 1.00000E+00	NB(1) = 15;

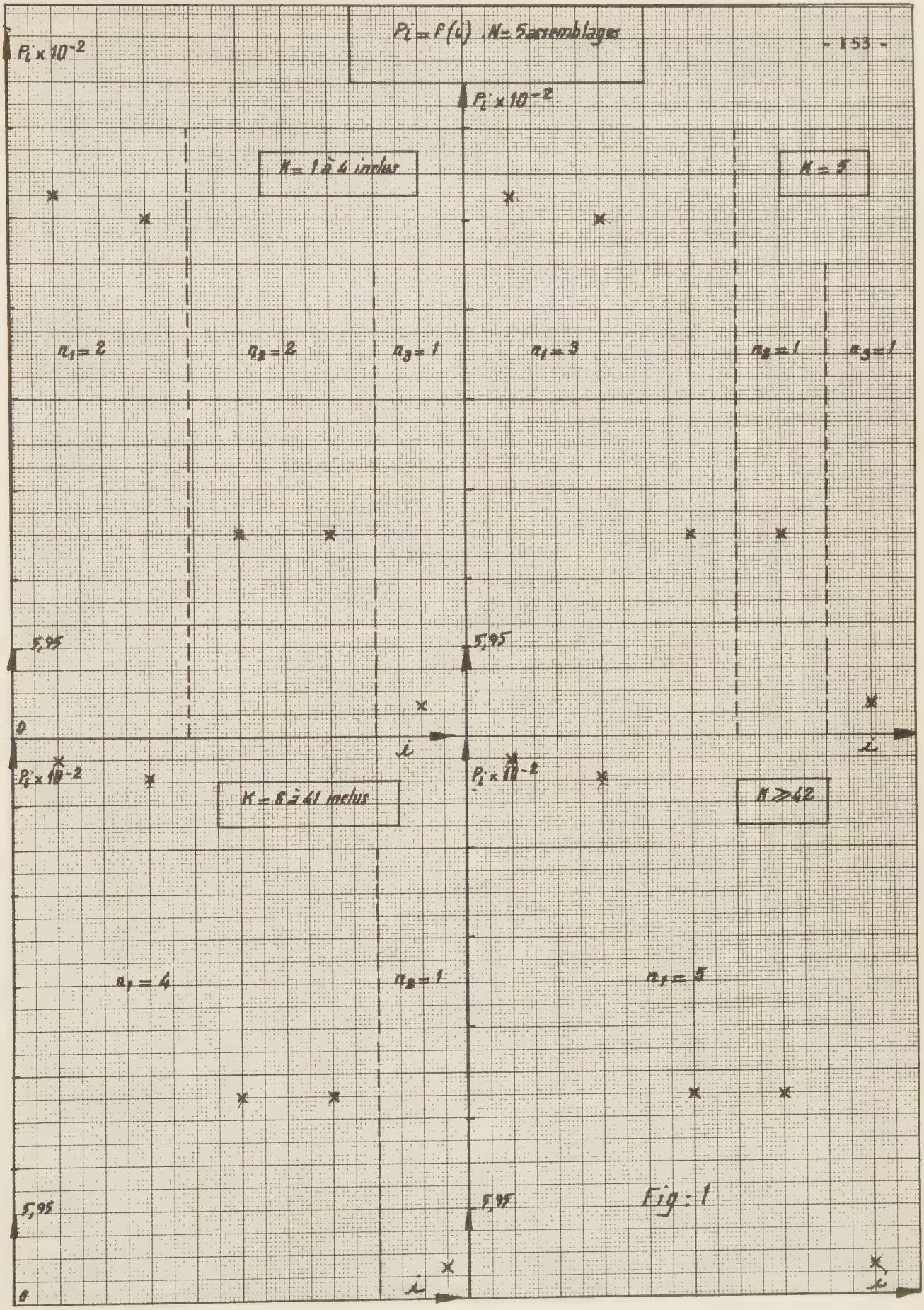

$P_i = f(i)$. N = 5 assemblages
$P_i \times 10^{-2}$
K = 1 à 4 inclus
K = 5
$n_1 = 2$
$n_2 = 2$
$n_3 = 1$
$n_1 = 3$
$n_2 = 1$
$n_3 = 1$
5,95
0
i
K = 6 à 41 inclus
K ≥ 42
$n_1 = 4$
$n_2 = 1$
$n_1 = 5$

Fig - 1

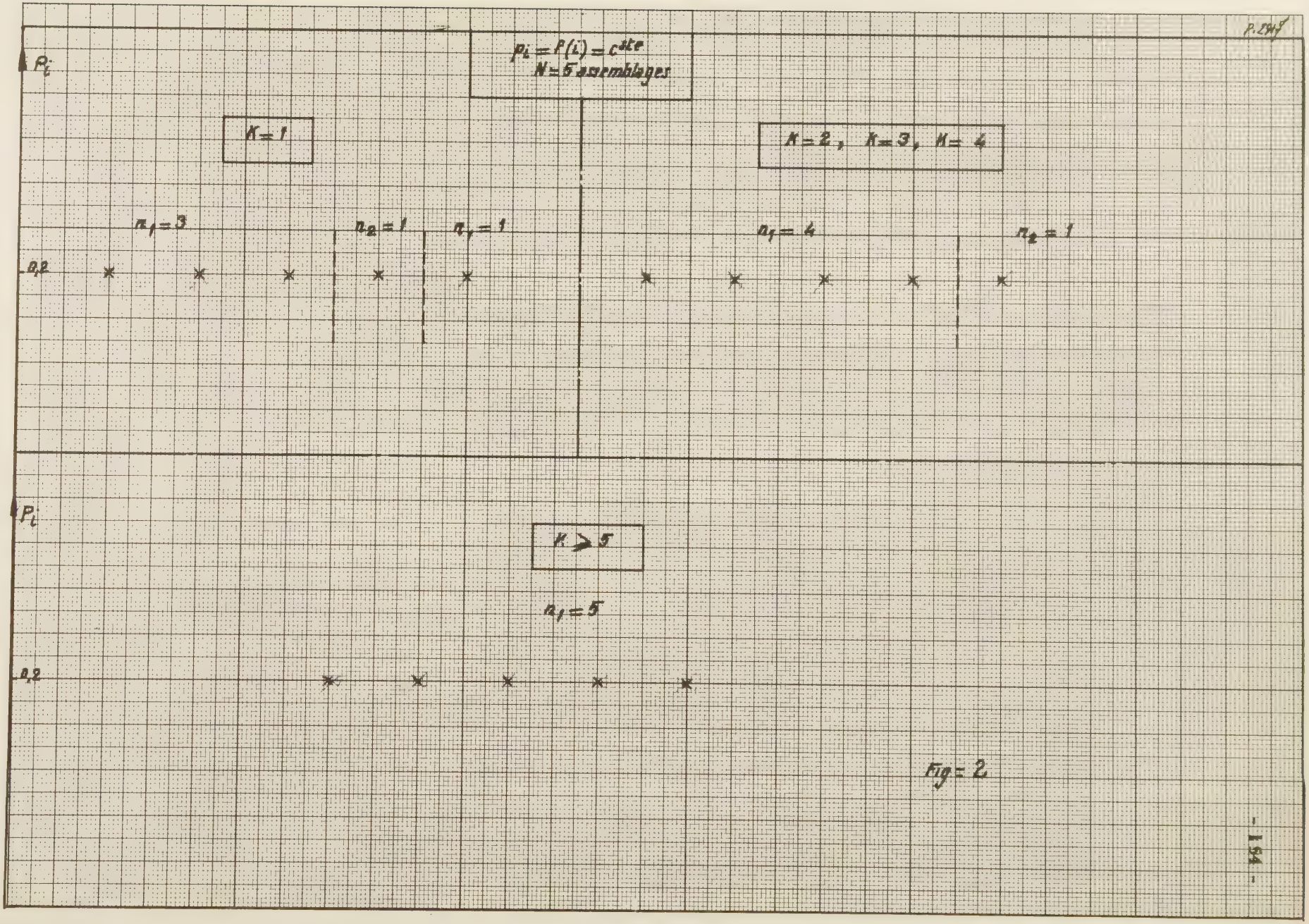

P_i
$p_i = P(i) = c^{ste}$
$N = 5$ assemblages
$K = 1$
$K = 2$, $K = 3$, $K = 4$
$n_1 = 3$
$n_2 = 1$
$n_3 = 1$
$n_1 = 4$
$n_2 = 1$
$n_1 = 5$
$K > 5$
$n_1, 2$

Fig. 2

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = f(i)$

N = 10 assemblages

Fig 3 a

K = 1 K = 2

$n_1 = 2$ $n_2 = 3$ $n_3 = 2$ $n_4 = 2$ $n_5 = 1$

2,535

0

i

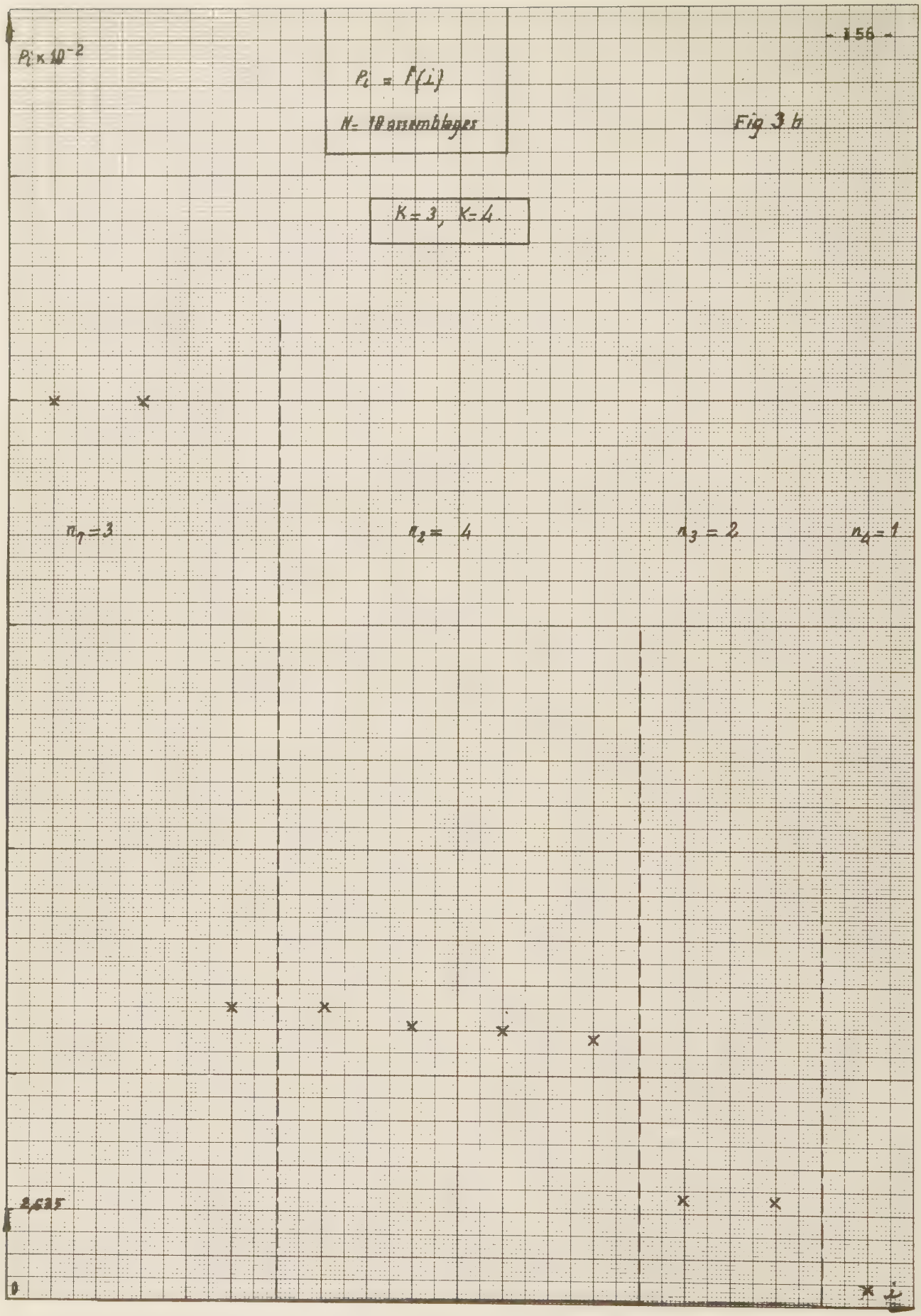

$P_i \times 10^{-2}$
$P_i = F(i)$
N= 18 assemblages
K= 3, K=4
$n_1 = 3$
$n_2 = 4$
$n_3 = 2$
$n_4 = 1$
2,635
0
i

Fig 3 b

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = f(i)$

$K = 10$ assemblages

Fig 3c

$K = 5$

$n_1 = 4$

$n_2 = 3$

$n_3 = 2$

$n_4 = 1$

2,635

0

i

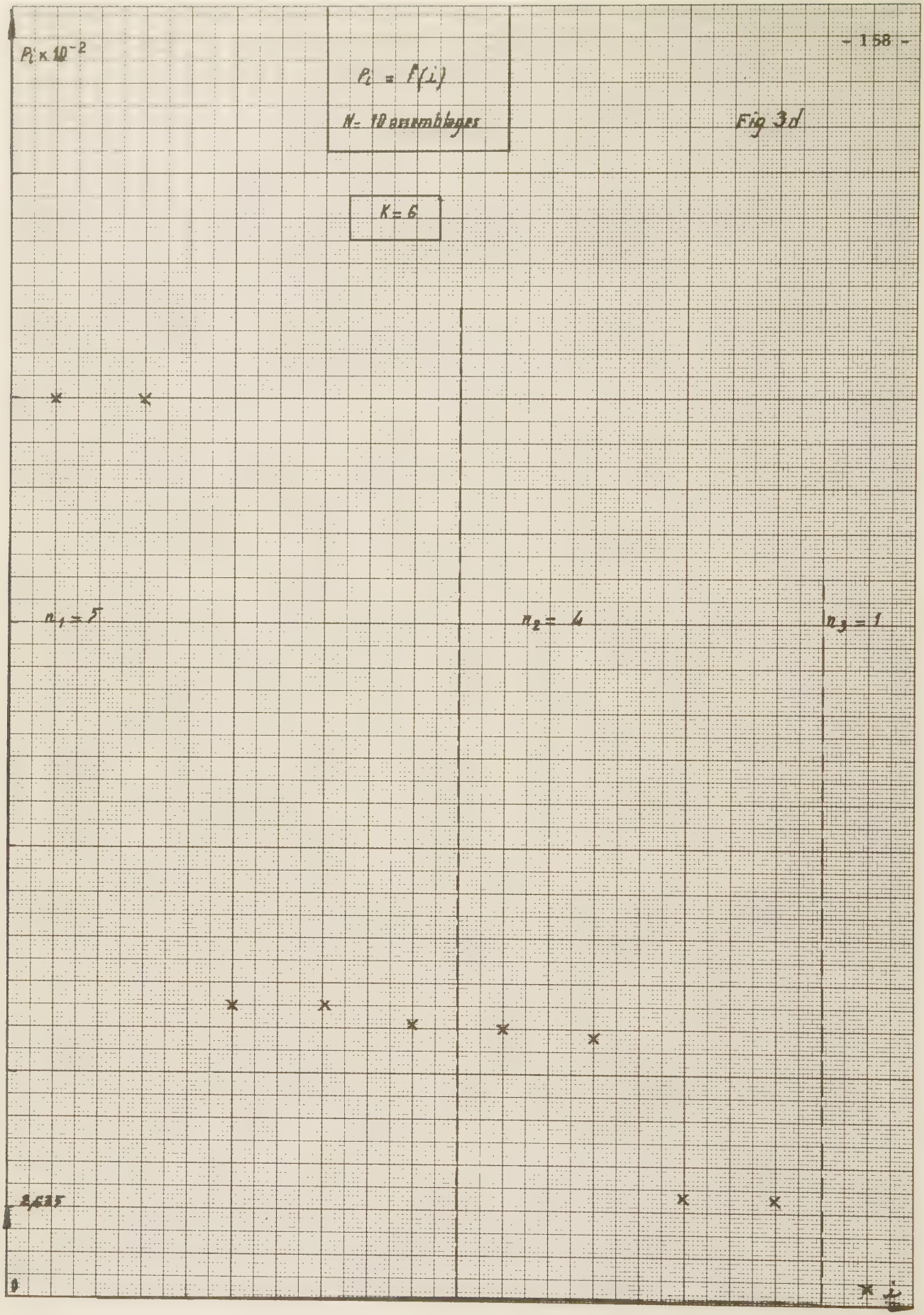


Fig 3d

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = f(i)$

$N = 10$ assemblages

Fig 3a

$K = 7 \grave{a} 9$ inclus

$n_1 = 6$

$n_2 = 3$

$n_3 = 1$

2,525

i

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = f(i)$

N = 10 ensembles

Fig 3 f

K = 10 , K = 11

$n_1 = 7$

$n_2 = 2$

$n_3 = 1$

0,625

0

i

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = f(i)$

N = 10 assemblages

Fig 39

K = 12 à 28 inclus

$n_1 = 7$

$n_2 = 3$

2,535

0

i

$P_i \times 10^{-2}$

$P_i = F(i)$

N = 10 assemblages

Fig 3 h

K = 29 , K = 30

$n_1 = 8$

$n_2 = 2$

2,635

i

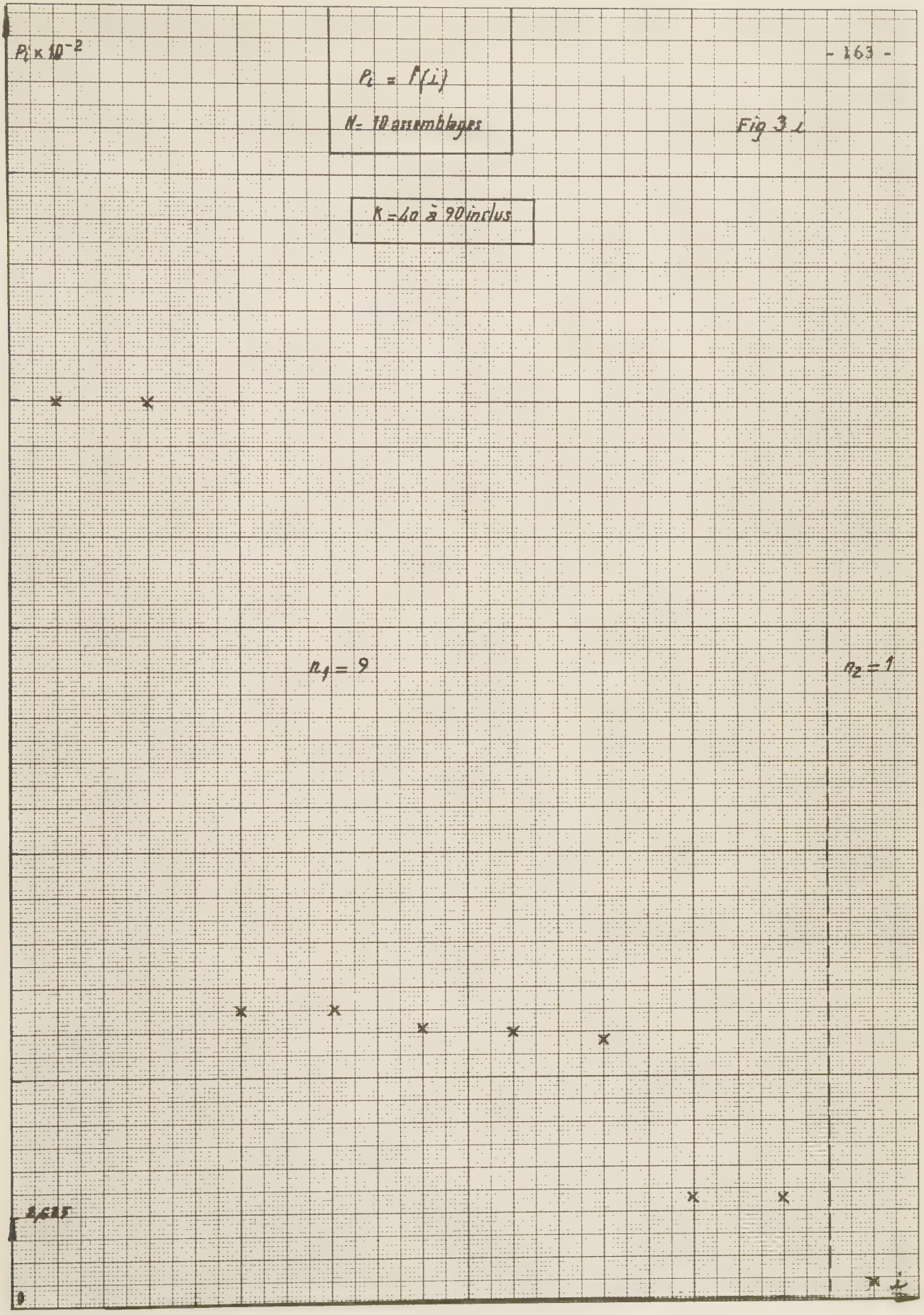
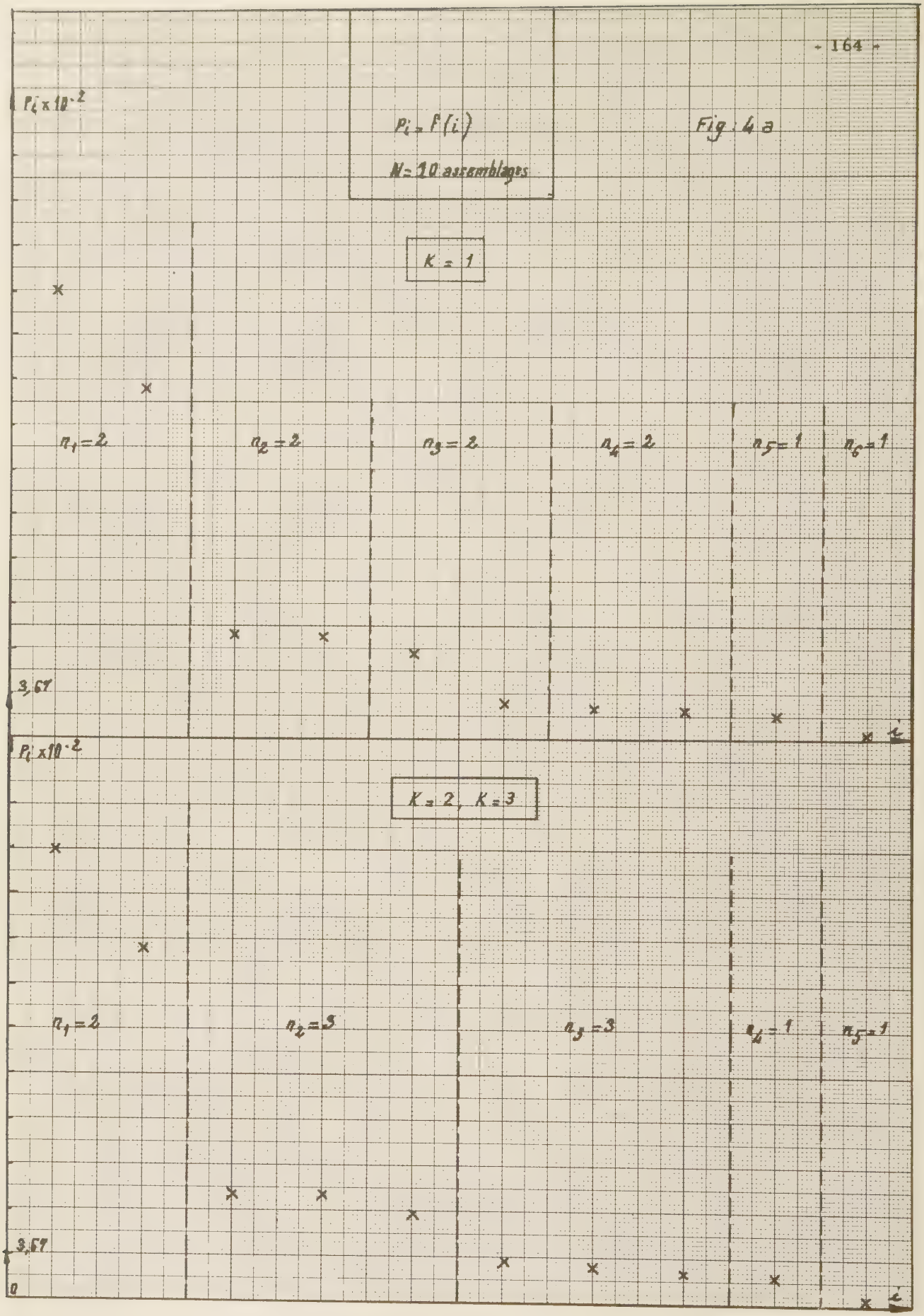

$P_i \times 10^{-2}$
$P_i = f(i)$
N = 10 assemblages
K = 40 à 90 inclus
$n_1 = 9$
$n_2 = 1$
2,635
i

Fig 3 c


$P_i \times 10^{-2}$
$P_i = f(i)$
N = 10 assemblages
Fig : 4 a
K = 1
$n_1 = 2$
$n_2 = 2$
$n_3 = 2$
$n_4 = 2$
$n_5 = 1$
$n_6 = 1$
3,67
i
$P_i \times 10^{-2}$
K = 2 , K = 3
$n_1 = 2$
$n_2 = 3$
$n_3 = 3$
$n_4 = 1$
$n_5 = 1$
3,67
0
i

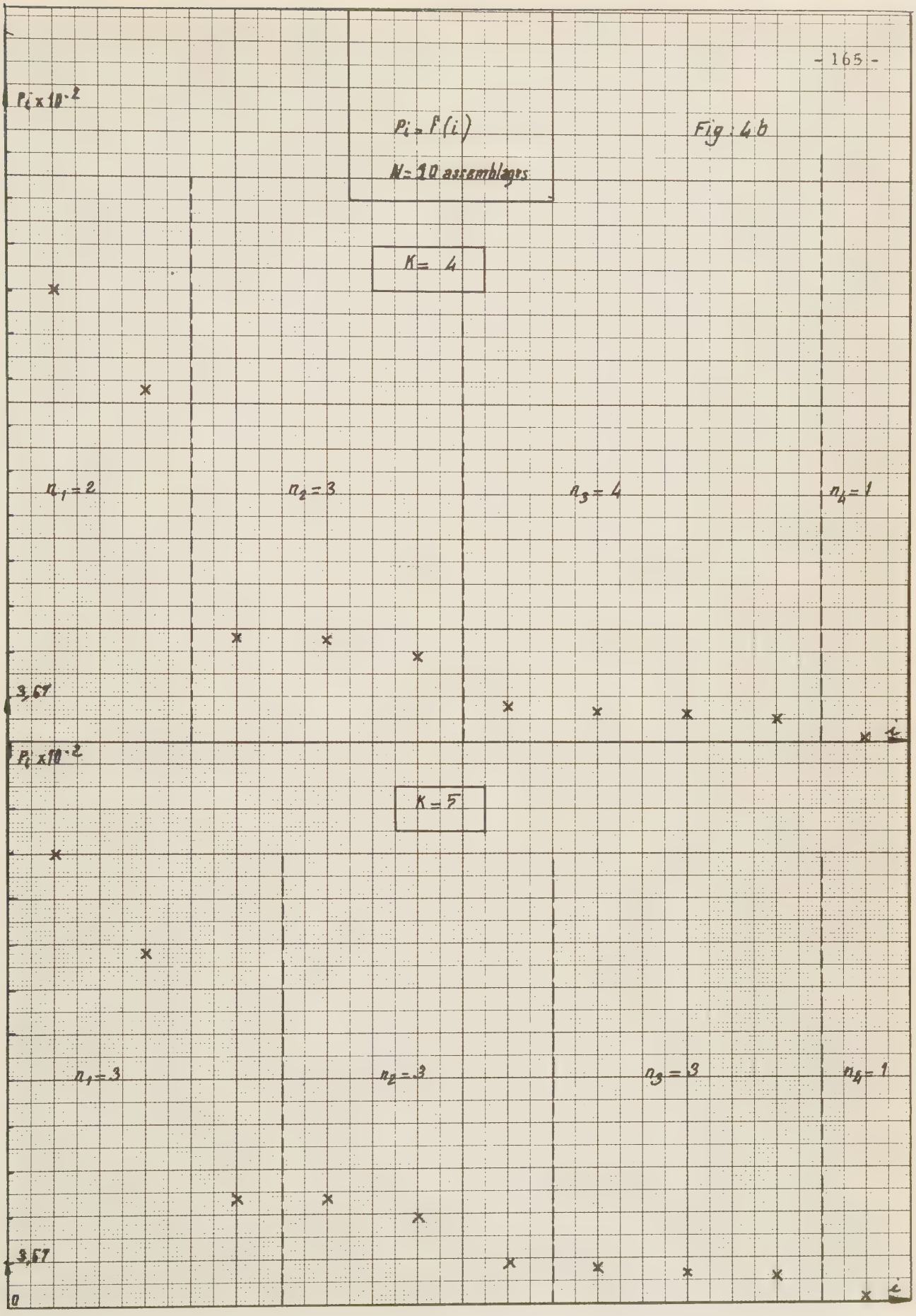

$P_i = F(i)$
N = 10 assemblages
K = 4
$P_i \times 10^{-2}$
$n_1 = 2$
$n_2 = 3$
$n_3 = 4$
$n_4 = 1$
3,67
i
K = 5
$P_i \times 10^{-2}$
$n_1 = 3$
$n_2 = 3$
$n_3 = 3$
$n_4 = 1$
3,67
0
i

Fig : 4.b

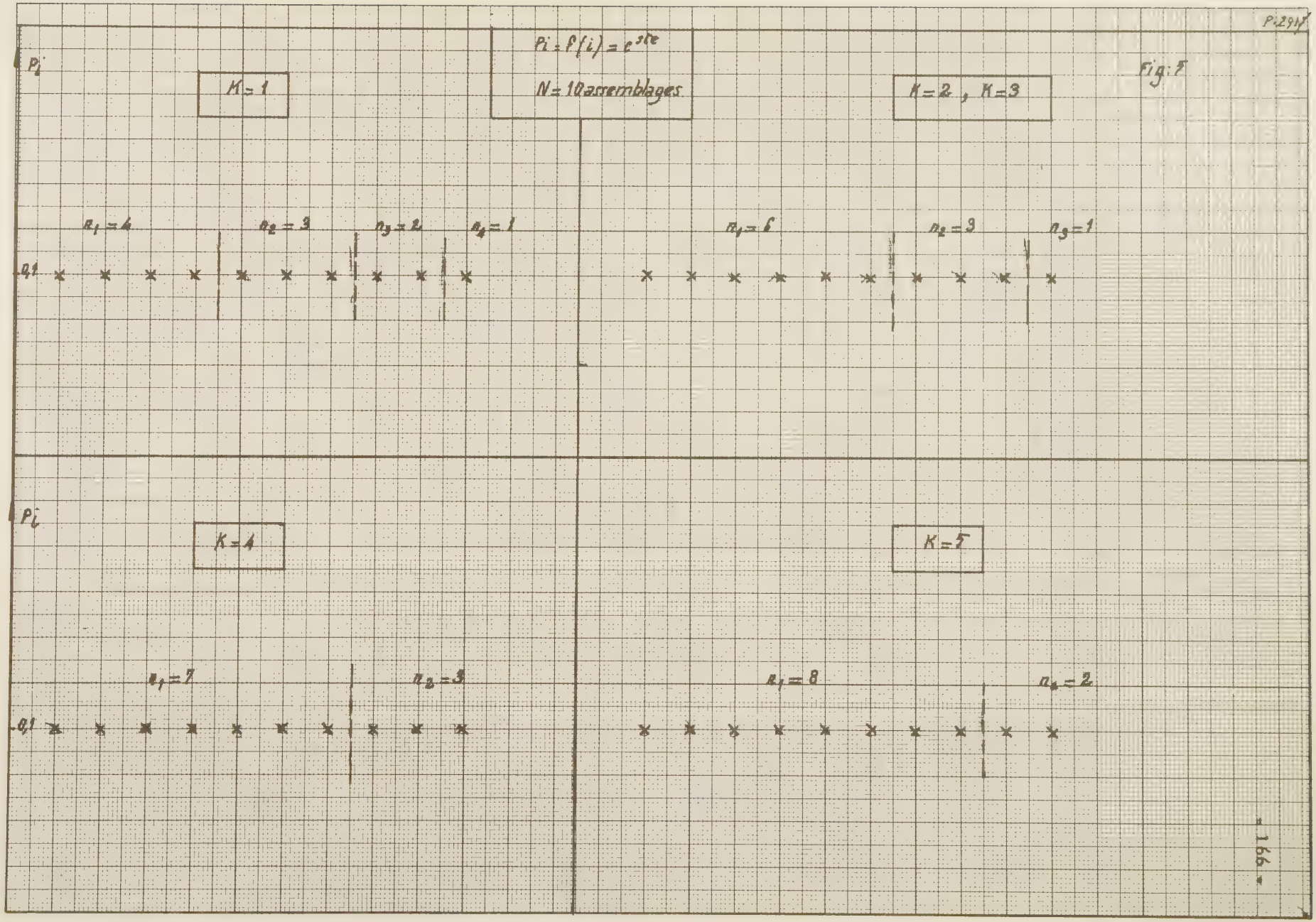

Pi
Pi = f(i) = e^-λi
N = 10 assemblages
K = 1
K = 2 , K = 3
n1 = 4
n2 = 3
n3 = 2
n4 = 1
n1 = 6
n2 = 3
n3 = 1
Pi
K = 4
K = 5
n1 = 7
n2 = 3
n1 = 8
n2 = 2

Fig. 5

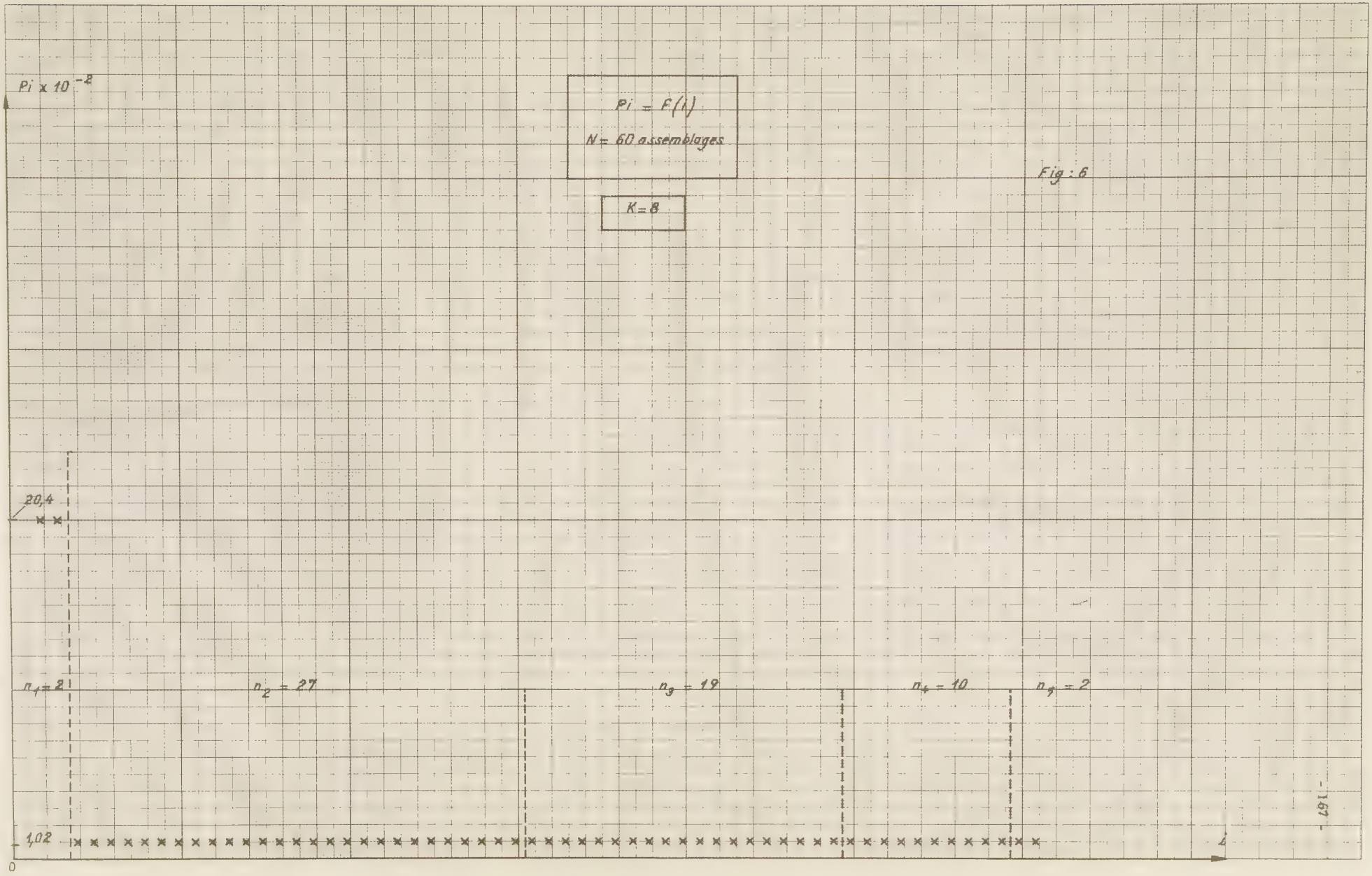
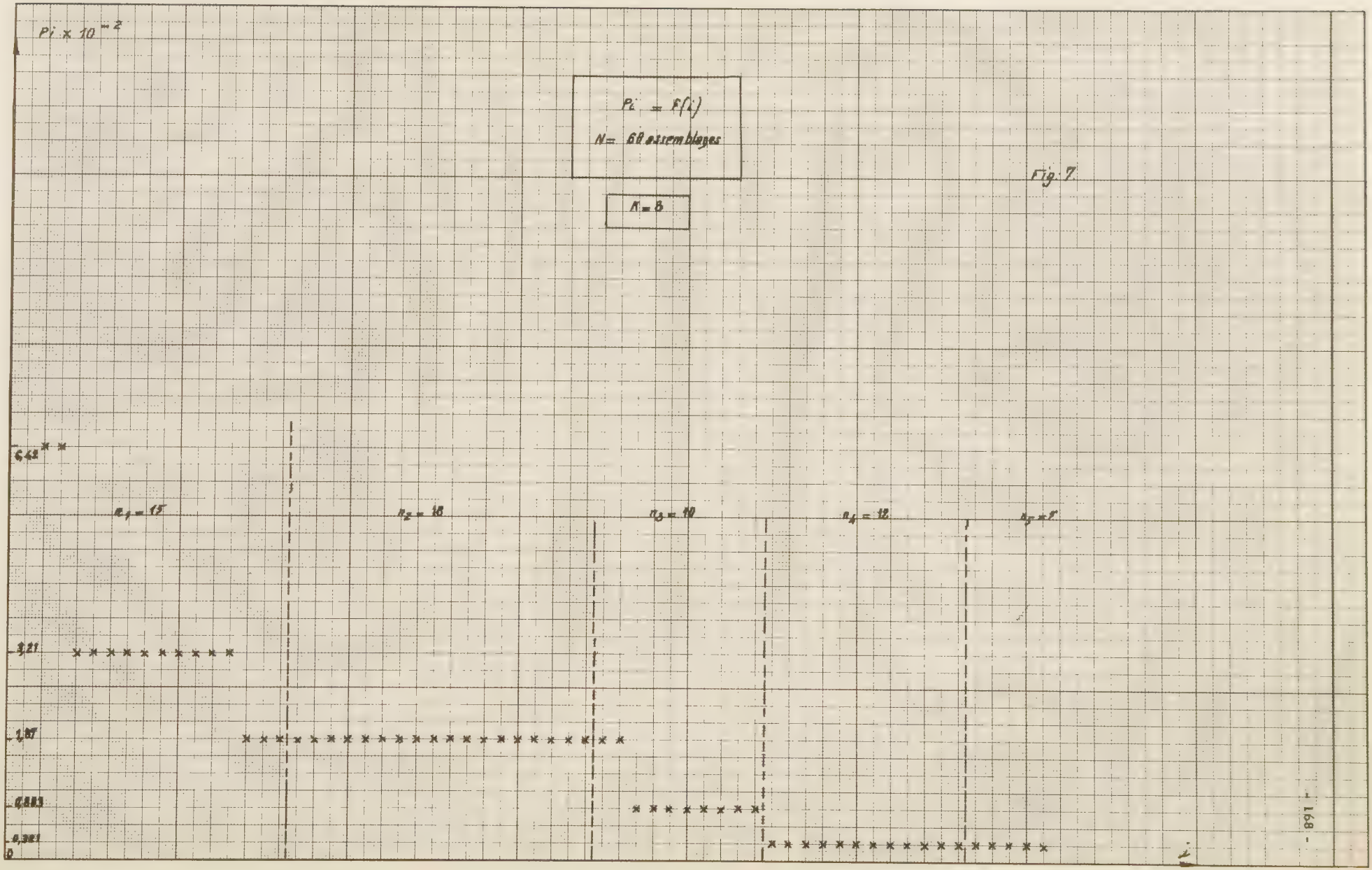

Pi x 10 -2
Pi = F(i)
N = 60 assemblages
K = 8
20,4
n1 = 2
n2 = 27
n3 = 19
n4 = 10
n5 = 2
1,02
0
i
- 167 -

Fig : 6


Pi x 10⁻²
Pi = f(i)
N = 68 assemblages
K = 6
Fig. 7
6,42
3,21
1,87
0,883
0,321
0
n1 = 15
n2 = 18
n3 = 10
n4 = 12
n5 = 5
i

Vu et permis d'Imprimer

MARSEILLE, le 17 septembre 1973

Le Président

F. BOREL

- BIBLIOGRAPHIE -

(1) Igor BAZOVSKY
Fiabilité - Théorie et pratique de la sûreté de fonctionnement. Dunod 1966.

(2) J.M. DETHOOR et J.L. GROBOILLOT
La vie des équipements. Investissement, renouvellement, maintenance - Dunod 1968.

(3) J.C. CHENAL et J.M. PETIT
Calcul des températures de sodium et de gaine dans des assemblages combustibles - CEA/DRP/SCR janvier 1970.

(4) J.P. PAGES
Etude de l'emploi des traceurs gazeux comme moyen de localisation des ruptures de gaine - CEA/DRP/SEMTR décembre 1970.

(5) MM. CAUVIN, KREMSER, VILLAIN
Expérience CALOT - Communication orale.

(6) J.P. PAGES
Possibilité de prélocalisation d'une rupture de gaine au moyen de la mesure du Kr 85 ou du Xe 134, représentative de l'âge du combustible - CEA/STRS/EPF février 1970.

(7) C.R. TIPTON
Reactor Handbook - Vol.1 - Materials - Battelle Memorial Institute.

(8) L. ROCHE
Effets de l'irradiation sur les combustibles oxyde (UO_2) et oxyde mixte (UO_2, PuO_2) - CEA/DEP/GTSP avril 1969.

(9) L. COSTA et A. JEAN
Evolution de la concentration en produits de fission d'un combustible de réacteur à neutrons rapides - Communication orale.

(10) G. KAYSER
Problèmes dus aux produits de fission dans les circuits des réacteurs rapides refroidis au sodium dans le cas de ruptures de gaine - CEA/DRP/SEMTR décembre 1968.

(11) R.E. BELLMAN et S.E. DREYFUS
La programmation dynamique et ses applications - Dunod 1965.